

Модификация метода «Анализ среды функционирования»
на основе использования эталонных границ эффективности
Modification of Data Envelopment Analysis
based on referential efficient frontiers

Е. П. Моргунов, О. Н. Моргунова
E. P. Morgunov, O. N. Morgunova

В статье предлагается модификация метода «Анализ среды функционирования» (Data Envelopment Analysis), представляющая собой комплекс алгоритмов для формирования и использования эталонных границ эффективности. Модификация позволяет повысить обоснованность принятия решений по оценке эффективности сложных объектов.

Comprehensive modification based on referential efficient frontiers is suggested for Data Envelopment Analysis. This modification includes a number of algorithms and allows increasing validity of decisions concerning the level of efficiency of complex objects.

Введение

Управление сложными объектами предполагает, в частности, и принятие решений по управлению их эффективностью. Управление эффективностью включает оценку текущего уровня эффективности объекта, прогнозирование ее будущего уровня, формирование рекомендаций по повышению эффективности. Эти рекомендации могут касаться как определения целевых значений показателей объекта, так и способов достижения рекомендуемых значений. Для выполнения перечисленных задач необходимо иметь специальный инструментарий. В качестве одного из компонентов такого инструментария, по нашему мнению, может выступать метод Data Envelopment Analysis (DEA) [1, 2]. В качестве русскоязычного эквивалента его наименования предлагается использовать «анализ среды функционирования» (АСФ) [3]. Метод предназначен для оценивания эффективности однородных объектов и является, по сути, способом оценки производственной функции (технологии). Он имеет целый ряд достоинств, однако в качестве его недостатка можно указать, что в своем базовом варианте метод АСФ (DEA) позволяет получить оценки только *относительной* эффективности объектов путем сравнения их между собой [2].

Таким образом, цель статьи – предложить комплексную модификацию метода АСФ (DEA), которая позволит получать более обоснованные оценки показателей эффективности сложных объектов.

Описание метода АСФ (DEA)

Пусть необходимо оценить эффективность каждого из n объектов, в качестве которых могут рассматриваться предприятия, организации, университеты, банки и т. д. Каждый объект o_j , $j = \overline{1, n}$, описывается парой векторов (x_j, y_j) . В этой паре вектор $x_j = (x_{j1}, \dots, x_{ji}, \dots, x_{jm})^T$ содержит входные переменные для j -го объекта, а вектор $y_j = (y_{j1}, \dots, y_{jr}, \dots, y_{js})^T$ содержит выходные переменные для j -го объекта. Тогда матрица $X = (x_j)$ размерности $m \times n$ содержит входные данные для всех n объектов, а матрица $Y = (y_j)$ размерности $s \times n$ содержит выходные данные для всех n объектов.

Модель формулируется в виде задачи линейного программирования в такой форме [2, с. 43]:

$$\begin{aligned} \min_{\theta, \lambda} & (\theta), \\ & -y_j + Y\lambda \geq 0, \\ & \theta x_j - X\lambda \geq 0, \\ & \lambda \geq 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Скаляр θ является мерой эффективности j -го объекта, при этом $\theta \in (0; 1]$. Вектор констант $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_n)^T$ отражает степень подобия j -го объекта другим объектам исследуемой совокупности с точки зрения соотношений значений переменных. Аналогичная задача решается для каждого объекта, т. е. n раз. Критерием эффективности объекта является условие $\theta = 1$. Такие объекты находятся на так называемой *границе эффективности*, которая в данном случае будет иметь вид выпуклого конуса в пространстве входных и выходных переменных R^{m+s} . Отметим, что эта граница – понятие условное: она определяется эффективными (крайними) точками. Выпуклому конусу соответствует допущение о постоянном эффекте масштаба, имеющем место в данной совокупности исследуемых объектов.

Для объектов, имеющих $\theta < 1$, могут быть установлены целевые значения переменных, при достижении которых эти объекты также окажутся на границе эффективности. Целевые значения переменных устанавливаются путем *проецирования* неэффективного объекта на границу эффективности. Проецирование обеспечивается наличием в модели (1) коэффициента θ при векторе x_j и введением ограничения $\lambda \geq 0$. Поскольку коэффициент θ оказывает влияние на значения входных переменных, то модель (1) называется *ориентированной на вход*. В результате формируется гипотетический объект, являющийся неотрицательной линейной комбинацией реальных эффективных объектов, веса которых в этой комбинации определяют

ся вектором λ (для неэффективных объектов $\lambda_j = 0$). Таким образом, граница эффективности служит в качестве эталона для проведения оценки эффективности объектов в исследуемой совокупности. Степень эффективности объектов определяется степенью их близости к границе эффективности в многомерном пространстве входных и выходных переменных R^{m+s} .

Аналогично, модель, *ориентированная на выход*, имеет вид [2, с. 58]:

$$\begin{aligned} \max_{\varphi, \lambda} (\varphi), \\ -\varphi y_j + Y\lambda \geq 0, \\ x_j - X\lambda \geq 0, \\ \lambda \geq 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Показатель эффективности – скаляр $\varphi \in [1; \infty)$. Для неэффективных объектов (у которых $\varphi > 1$) выдаются рекомендации по пропорциональному увеличению значений выходных переменных в φ раз при неизменных значениях входных переменных. На практике значение показателя эффективности зачастую используется в виде $1 / \varphi$, тем самым он переводится в диапазон $(0; 1]$.

Если в модели (1) и (2) добавить дополнительное ограничение

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1,$$

то граница эффективности приобретет форму выпуклой оболочки. Соответственно, гипотетический целевой объект, который будет являться эталоном для неэффективного объекта, будет формироваться как выпуклая линейная комбинация эффективных объектов $(X\lambda, Y\lambda)$. Выпуклой оболочке соответствует допущение о переменном эффекте масштаба, имеющем место в данной совокупности исследуемых объектов.

Отметим, что, независимо от ориентации модели на вход или на выход, оценивается одна и та же граница эффективности, а изменяется лишь направление проецирования точки в многомерном пространстве R^{m+s} .

В моделях (1) и (2) векторы x_j и y_j не обязательно должны принадлежать матрицам X и Y , но если векторы x_j и y_j взяты из другого массива данных (например, за другой временной период), то их размерности должны быть согласованы с размерностью матриц. Метод работает таким образом, что объект (x_j, y_j) сопоставляется с выпуклым конусом (выпуклой оболочкой) точек, определяемых матрицами X и Y .

Как уже было отмечено, метод АСФ (DEA) в своем базовом варианте позволяет получить показатель только *относительной* эффективности объектов. Очевидно, что объекты, которые находятся на границе эффек-

тивности, также могут улучшить свои показатели. Поэтому ранее для преодоления указанного ограничения метода АСФ (DEA) уже было предложено использовать искусственную границу эффективности в качестве эталона для оценки реальных объектов [4, 5]. Для построения такой границы эффективности достаточно сформировать матрицы входов X и выходов Y для совокупности *эталонных* объектов. Экспертные методы формирования эталонных искусственных границ эффективности предлагались, в частности, в работе [6]. При использовании искусственных границ эффективности значение показателя эффективности может превышать единицу, поскольку оцениваемый объект может находиться в многомерном пространстве входов/выходов «снаружи» выпуклого конуса (выпуклой оболочки), натянутого на точки, соответствующие эталонным объектам.

Предлагаемый способ решения задачи

Наш подход основан на использовании эталонных границ эффективности. В работе [5] такие границы называются «практическими».

Что же дает применение эталонных границ?

1. Повышается обоснованность оценок эффективности и рекомендаций по снижению издержек и увеличению выпусков, более полно вскрываются резервы повышения эффективности.

2. Появляется возможность повышения наглядности полученных результатов для лица, принимающего решение (ЛПР), за счет использования идей многомерной классификации, которая проводится в пространстве входных и выходных переменных [7]. Классификация полезна тогда, когда пространство оказывается *неоднородным* в смысле эффективности, т. е. при одинаковом значении показателя эффективности θ (или ϕ) объекты все же целесообразно относить к различным уровням эффективности в зависимости от соотношений значений входных и выходных переменных.

Эталонные границы эффективности можно разделить на два вида: естественные и искусственные.

При использовании *естественных* эталонных границ эффективности матрицы X и Y формируются на основе показателей реальных объектов, которые, по мнению аналитика или ЛПР, могут служить эталонами для группы оцениваемых объектов. В качестве примера можно привести использование показателей, достигнутых лучшими вузами страны, для оценки эффективности вузов Сибири. Естественные эталонные объекты необходимо лишь выбрать, но выбрать обоснованно. Недостатком использования естественных эталонных объектов является то, что часть из них может оказаться бесполезной, т. к. может и не попасть на границу эффективности, сформированную по этим эталонным объектам.

При использовании *искусственных* эталонных границ эффективности эталонные объекты нужно не выбрать, а сформировать. Это невозмож-

но сделать без привлечения экспертов, причем, для повышения достоверности экспертных оценок формируются группы экспертов, мнения которых затем обобщаются тем или иным способом. В работах [4, 5] для генерирования искусственных объектов предлагается использовать модели самого метода АСФ (DEA), при этом эксперты должны указать лишь диапазоны возможных улучшений показателей объектов, имеющих $\theta = 1$. Однако в работе [5] не предлагается способа получения *обобщенной оценки* группы экспертов при формировании «практической» границы.

Нами предлагается модификация метода АСФ (DEA) на основе применения эталонных границ эффективности, для построения которых разработан целый ряд алгоритмов. Предлагаемые алгоритмы эффективно работают при условии постоянного эффекта масштаба. В случае переменного эффекта масштаба имеют место некоторые вычислительные сложности, описание которых выходит за рамки статьи. Ввиду ограниченного объема статьи для некоторых из предложенных алгоритмов будут приведены лишь описания их основных идей.

1. Алгоритм формирования искусственных эталонных объектов.

Как было сказано ранее, метод АСФ (DEA) позволяет использовать векторный вход $x_j = (x_{j1}, \dots, x_{ji}, \dots, x_{jm})^T$ и векторный выход $y_j = (y_{j1}, \dots, y_{jr}, \dots, y_{js})^T$ для описания исследуемых объектов. Построить многомерные эталонные искусственные объекты – это трудная задача для эксперта. Основная идея предложенного вспомогательного алгоритма заключается в том, чтобы проводить эту работу в K этапов, повышая размерность задачи на единицу на каждом k -м этапе, $k = \overline{2, K}$. Число этапов определяется, как $K = m + s - 1$, где m – конечное число входных переменных, а s – конечное число выходных переменных. На этапе $k = 1$ строится искусственная эталонная граница эффективности для базового состояния, в котором вход и выход скалярные ($m_1 = 1, s_1 = 1$). Затем на каждом шаге алгоритма размерность задачи повышается за счет добавления одного измерения либо к входу, либо к выходу: $m_{k+1} = m_k + 1, s_{k+1} = s_k$ (или $m_{k+1} = m_k, s_{k+1} = s_k + 1$).

После введения в работу еще одного измерения эксперт должен сформировать n_{k+1} эталонных объектов в пространстве $R^{m_{k+1}+s_{k+1}}$ вместо *каждого* из объектов, сформированных в пространстве $R^{m_k+s_k}$. Значение n_{k+1} выбирается эмпирическим путем. При этом на каждом шаге алгоритма обеспечивается выполнение требования о том, чтобы сформированные объекты были крайними точками выпуклого конуса. Выполнение этого требования гарантирует, что все эталонные объекты, сформированные экспертом, будут находиться на границе эффективности и, следовательно, «примут участие» в оценке реальных объектов.

2. Комплекс алгоритмов формирования эталонных искусственных границ эффективности на основе обобщения индивидуальных экспертных оценок [6]. Пусть сформирована группа из P экспертов r_k , $k = \overline{1, P}$. Уровни компетентности h_k всех экспертов должны быть определены заранее с помощью одного из известных методов. Каждый эксперт r_k формирует свою искусственную границу эффективности F_k , т. е. матрицу входов X_k размерности $m \times n_k$ и матрицу выходов Y_k размерности $s \times n_k$ для совокупности объектов $O_k = \{o_{kj}\}$, $j = \overline{1, n_k}$, которые будут служить в качестве *эталонных объектов*. Число строк во всех матрицах X_k одинаковое и равно числу m входных переменных. Число строк во всех матрицах Y_k также одинаковое и равно числу s выходных переменных. Однако число столбцов в этих матрицах в общем случае не является одинаковым, т. е. $n_k \neq \text{const}$ для всех $k = \overline{1, P}$, поскольку эксперты не обязаны формировать одинаковое число эталонных объектов.

Требуется на основе индивидуальных экспертных границ эффективности:

- сформировать обобщенную границу эффективности;
- определить величину разброса мнений экспертов;
- определить степень несогласованности мнения отдельного эксперта с обобщенным мнением группы.

Поставленная задача отличается от традиционной задачи обобщения индивидуальных экспертных оценок тем, что объекты, подлежащие обобщению, являются не точками, а областями в многомерном пространстве, имеющими форму выпуклого конуса.

Особенностью предлагаемого подхода к решению задачи является то, что обобщенную границу эффективности предполагается сконструировать из эталонных объектов, уже сформированных отдельными экспертами, не порождая никаких новых объектов. Для этого необходимо сначала разделить все множество индивидуальных границ эффективности F_k , $k = \overline{1, P}$, на так называемые «слои эффективности», а затем выбрать один из них в качестве обобщенной границы эффективности.

2.1. Алгоритм формирования «слоев эффективности» в пространстве входов/выходов.

Шаг 1. Сформировать матрицу $X = (X_1 \ X_2 \ \dots \ X_P)$ размерности $m \times n$ и матрицу $Y = (Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_P)$ размерности $s \times n$, где $n = \sum_{k=1}^P n_k$.

Шаг 2. Для полученной объединенной совокупности объектов $O_0 = \bigcup_{k=1}^P O_k$ определить значения показателя эффективности θ_j объектов o_j , $j = \overline{1, n}$, используя выбранную модель метода АСФ (DEA).

Шаг 3. Объекты, для которых $\theta_j = 1$, объединить в множество F_1 : они образуют искусственную границу эффективности первого уровня. Сформировать совокупность $O_1 = O_0 \setminus F_1$.

Если $O_1 \neq \emptyset$, то переформировать матрицы X и Y путем удаления столбцов, соответствующих эффективным объектам, и перейти к шагу 2. Однако выполнять его следует уже для новой совокупности O_1 .

Повторять шаги 2 и 3, формируя искусственные границы F_f и переформировывая совокупность $O_f = O_{f-1} \setminus F_f$, до тех пор, пока $O_f \neq \emptyset$.

Если $O_f = \emptyset$, то завершить работу алгоритма.

Результат: множество искусственных границ («слоев») эффективности $F = \{F_f\}$, $f = \overline{1, L}$. В общем случае $L \neq P$ и при этом «слой» может содержать объекты, сформированные разными экспертами.

2.2. Алгоритм определения обобщенной границы эффективности (принцип средней арифметической оценки). Получив множество «слоев эффективности», можно перейти к определению обобщенной границы эффективности, которая в данном случае является аналогом выборочного среднего в традиционной постановке задачи. Особенность заключается в том, что средняя граница эффективности не *формируется*, а *выбирается* из множества $F = \{F_f\}$. Расстояния в пространстве входов/выходов определяются в терминах показателя эффективности θ , который является безразмерной величиной. Такой способ измерения расстояний соответствует принципам метода АСФ (DEA).

Шаг 1. Сформировать совокупность $O_f = O_0 \setminus F_f$, $f = \overline{1, L}$.

Шаг 2. Вычислить показатель эффективности θ_{jf} для всех объектов $o_j \in O_f$, $j = \overline{1, n_f}$ (где n_f – число элементов множества O_f), относительно границы F_f . При этом $\exists o_j: \theta_{jf} > 1$ и $\exists o_j: \theta_{jf} < 1$ (уточним, что для внешней границы эффективности F_1 справедливо $\theta_{j1} < 1$, $\forall o_j$, а для внутренней границы эффективности F_L будет выполняться $\theta_{jL} > 1$, $\forall o_j$).

Шаг 3. Вычислить среднее отклонение значений θ_{jf} от 1 (т. е. от среднего). Если уровни компетентности экспертов одинаковые, то

$$\Delta_f = \frac{1}{n_f} \sum_{j=1}^{n_f} (\theta_{jf} - 1),$$

где n_f – число элементов в множестве O_f .

Если уровни компетентности экспертов h_k , $k = \overline{1, P}$, неодинаковые, то

$$\Delta_f = \frac{1}{n_f} \sum_{j=1}^{n_f} (\theta_{jf} - 1)h^j,$$

где h^j – уровень компетентности эксперта, сформировавшего объект o_j .

Суть предлагаемого способа учета уровней компетентности экспертов в том, чтобы влияние точек на показатель разброса Δ_f относительно результирующей границы эффективности было *тем больше, чем выше* уровень компетентности экспертов, сформировавших эти точки.

Шаг 4. Если $f < L$, то увеличить индекс f на 1 и повторить шаги 1, 2 и 3, в противном случае перейти к шагу 5.

Шаг 5. В качестве результирующей (средней) границы F_{cp} выбрать границу F_f , для которой показатель Δ_f имеет минимальное абсолютное значение: $\Delta = \min_f |\Delta_f|$, $f = \overline{1, L}$.

Обоснование для указанного способа определения результирующей границы эффективности следующее. Известно, что сумма отклонений значений элементов выборки от среднего равна нулю. В данном случае используется этот же принцип, но с поправкой на то, что точное равенство нулю может быть достигнуто лишь случайным образом, поскольку новых точек в процессе обобщения индивидуальных экспертных границ эффективности не формируется, а используются уже существующие точки. Поэтому приходится ограничиться *минимумом* абсолютного значения среднего отклонения.

2.3. Определение величины разброса мнений экспертов. Величину разброса мнений экспертов предлагается оценивать с помощью показателя, аналогичного *дисперсии* в традиционной постановке задачи. Такой показатель может быть полезен в качестве одного из критериев отбора экспертной группы в случае привлечения к работе на начальном этапе двух и более групп экспертов. Алгоритм вычислений показателя таков.

Шаг 1. Сформировать совокупность $O^* = O_0 \setminus F_{cp}$, где F_{cp} – результирующая граница эффективности.

Шаг 2. Вычислить значения показателя эффективности θ_j для всех объектов из O^* относительно границы F_{cp} . В общем случае часть значений θ_j будут больше 1, а часть – меньше 1.

Шаг 3. Вычислить среднее значение квадратов расстояний точек совокупности O^* от границы F_{cp} .

Если уровни компетентности экспертов одинаковые, то

$$D = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\theta_j - 1)^2,$$

где n – число объектов (точек) в совокупности O^* .

Если уровни компетентности экспертов h_k , $k = \overline{1, P}$, неодинаковые, то

$$D = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\theta_j - 1)^2 h^j,$$

где h^j – уровень компетентности эксперта, сформировавшего объект o_j .

Использование разности $\theta_j - 1$ объясняется тем, что точки, лежащие на границе эффективности F_{cp} , имеют значение $\theta_j = 1$.

2.4. Определение степени несогласованности мнения отдельного эксперта с обобщенным мнением группы. В качестве такого показателя используем аналог *дисперсии* в традиционной постановке задачи. Этот показатель может быть одним из критериев для принятия решения о дальнейшем участии эксперта в работе экспертной группы.

Шаг 1. Вычислить значения показателя эффективности θ_j для всех эталонных объектов индивидуальной границы эффективности F_k , сформированной k -м экспертом, относительно границы F_{cp} . В общем случае часть значений θ_j будут больше 1, а часть – меньше 1.

Шаг 2. Вычислить среднее значение квадратов расстояний этих точек от границы F_{cp} .

Если уровни компетентности экспертов одинаковые, то

$$D_k = \frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} (\theta_j - 1)^2,$$

где n_k – число точек, сформированных k -м экспертом.

Если уровни компетентности экспертов h_k , $k = \overline{1, P}$, неодинаковые, то

$$D_k = \frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} (\theta_j - 1)^2 h_k,$$

где h_k – уровень компетентности k -го эксперта.

3. Критерий качества эталонной границы эффективности [7]. Поскольку эталоном для проведения всех расчетов в методе АСФ (DEA) является граница эффективности, то ее формальные свойства должны влиять на интерпретацию получаемых результатов. На наш взгляд, специальный критерий качества может быть сконструирован на основе так называемых дополнительных переменных (в оригинале – *slacks* [2]). Наличие этих переменных объясняется способом построения границы эффективности, которая является кусочно-линейной, и наличием ограничений в форме неравенств в моделях (1) и (2). Согласно теории метода АСФ (DEA), для того чтобы объект был эффективным в смысле Парето–Купманса, необходимо, чтобы он находился на границе эффективности, и при этом дополнительные переменные имели бы нулевые значения по всем измерениям [2, с. 45]. Для достижения максимального значения предлагаемого критерия качества границы эффективности все точки-проекции должны быть эффективными в смысле Парето–Купманса.

Пусть из общего числа объектов n число объектов, являющихся эффективными в смысле Парето–Купманса, равно n_{PK} . Число входных переменных равно m , выходных переменных – s . Значения дополнительных переменных по i -ой входной координате и r -ой выходной координате для неэффективного объекта o_j равны, соответственно, e_{ji} и d_{jr} . Значения входных и выходных переменных для объекта o_j равны, соответственно, x_{ji} и y_{jr} .

Предлагается использовать *векторный* критерий, включающий следующие показатели.

Показатель 1. Число объектов, имеющих ненулевые значения дополнительных переменных (slacks), обозначим n_s . В общем случае $n_s \leq n - n_{PK}$. Тогда показатель 1 будет определяться так:

$$K_1 = \frac{n_s}{n}.$$

Диапазон значений этого показателя будет $[0; 1)$. При этом нулевое значение является наилучшим.

Показатель 2. Максимально возможное число ненулевых значений дополнительных переменных по всем неэффективным объектам равно

$$S_{\max} = (n - n_{PK}) \cdot (m + s).$$

Тогда значение второго показателя будет определяться так:

$$K_2 = \frac{S_{\text{факт}}}{S_{\max}},$$

где $S_{\text{факт}}$ – фактическое число ненулевых значений дополнительных переменных по всем неэффективным объектам.

Диапазон значений этого показателя будет $[0; 1]$. Нулевое значение является наилучшим, а значение, равное единице, – наихудшим.

Показатель 3. Для его вычисления просуммируем по всем объектам в выборке отношения значений дополнительных переменных к фактическим значениям соответствующих переменных. Получим (обозначения см. выше):

$$K_3 = \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m \frac{e_{ji}}{x_{ji}} + \sum_{r=1}^s \frac{d_{jr}}{y_{jr}} \right).$$

Диапазон значений этого показателя будет $[0; +\infty)$. Нулевое значение показателя является наилучшим.

Предложенный критерий является апостериорным, поскольку его можно вычислить только *после* проведения оценки эффективности всех объектов в изучаемой совокупности.

4. Алгоритм проведения многомерной классификации объектов на основе их эффективности [7]. Для проведения такой классификации объектов предварительно следует построить ряд вложенных искусственных границ эффективности, исходя из специфики предметной области. Эти границы имеют форму выпуклого конуса и разделяют пространство на ряд непересекающихся областей.

Пусть требуется отнести объект o_j , $j = \overline{1, n}$, к одному из N классов эффективности G_g , $g = \overline{1, N}$. Будем считать класс G_1 наиболее эффективным, а класс G_N – наименее эффективным. Число искусственных границ эффективности F_f будет равно $N - 1$, поскольку каждая граница разделяет два класса. Каждый класс G_g , $g = \overline{2, N - 1}$, заключен между двумя искусственными границами эффективности (исключениями являются классы G_1 и G_N). Например, для класса G_2 такими границами будут F_1 и F_2 . Первую из них назовем верхней границей класса, а вторую – нижней. Таким образом, индекс класса совпадает с индексом нижней границы (исключением является класс G_N). Показатель эффективности объекта o_j , рассчитанный относительно границы F_f , обозначим через θ_{jf} . Напомним, что при использовании искусственных границ эффективности возможно $\theta_{jf} > 1$.

Основная идея предложенного алгоритма классификации для N классов возможных состояний объектов такова: для принятия решения об отнесении реального объекта o_j к классу эффективности G_g , заключенному между двумя границами F_f и F_{f+1} , необходимо выполнение условий $\theta_{jf} < 1$ и $\theta_{j, f+1} \geq 1$. Для класса G_1 это условие запишется в виде $\theta_{j, 1} \geq 1$, а для класса G_N – в виде $\theta_{j, N-1} < 1$.

Для удобства интерпретации результатов классифицирования объектов можно каждому классу эффективности G_g поставить в соответствие словесное (вербальное) наименование, получив, тем самым, некоторое подобие лингвистической переменной.

5. Алгоритм распознавания случаев взаимного пересечения эталонных границ эффективности при проведении многомерной классификации объектов. Необходимость в этом алгоритме объясняется тем, что целью построения искусственных границ эффективности является разделение совокупности исследуемых объектов на ряд *непересекающихся* классов. Его основная идея в том, что для каждой пары границ F_f и F_{f+1} оценивается эффективность всех *эталонных* объектов (точек) o_j , формирующих границу F_{f+1} , относительно границы F_f . Решение принимается согласно правилу: если $\theta_{jf} < 1$, $\forall j$, то границы взаимно не пересекаются; если $\exists j: \theta_{jf} \geq 1$ и $\exists j: \theta_{jf} < 1$, то границы взаимно пересекаются.

Таким образом, предложенная модификация метода АСФ (DEA) позволяет повысить степень обоснованности принятия решений по оценке эффективности сложных объектов. Предложенные алгоритмы были использованы при разработке системы поддержки принятия решений в процессе управления сложными системами в социально-экономической сфере, в частности, в сфере высшего профессионального образования.

Список литературы

1. Charnes, A. Measuring the Efficiency of Decision Making Units [Text] / A. Charnes, W. W. Cooper, E. Rhodes // *European Journal of Operational Research*. – 1978. – Vol. 2. – P. 429–444.
2. Cooper, W. W. Data Envelopment Analysis [Text] : A Comprehensive Text with Models, Applications, References, and DEA-Solver Software / W. W. Cooper, L. M. Seiford, K. Tone.– Boston : Kluwer Academic Publishers, 2000. – 318 p.
3. Анализ эффективности функционирования сложных систем [Текст] / В. Е. Кривоножко, А. И. Пропой, Р. В. Сеньков, И. В. Родченков, П. М. Анохин // *Автоматизация проектирования*. – 1999. – № 1. – С. 2–7.
4. Sowlati, T. Establishing the «Practical Frontier» in Data Envelopment Analysis [Text] / T. Sowlati, J. C. Paradi // *International DEA Symposium «Efficiency and Productivity Analysis in the 21st Century»*, 24–26 June 2002 (Moscow, Russia) : Abstracts / Institute for Systems Analysis of Russian Academy of Sciences; Global S. Consulting Company. – Moscow : International Research Institute of Management Sciences, 2002. – P. 32–33.
5. Sowlati, T. Establishing the «practical frontier» in data envelopment analysis [Text] / Taraneh Sowlati, Joseph C. Paradi // *Omega*. – 2004. – Vol. 32. – P. 261–272.
6. Моргунова, О. Н. Экспертные методы формирования искусственных границ эффективности [Текст] / О. Н. Моргунова // *Научное обозрение*. – 2006. – № 5. – С. 61–65.
7. Моргунов, Е. П. Многомерная классификация сложных объектов на основе оценки их эффективности [Текст] / Е. П. Моргунов, О. Н. Моргунова // *Вестник НИИ СУВПТ: сб. науч. тр.* / Под общ. ред. проф. Н. В. Василенко. – Красноярск, 2003. – Вып. 14. – С. 222–240.