

Сибирский государственный аэрокосмический университет
имени академика М. Ф. Решетнева

На правах рукописи

Моргунова Ольга Николаевна

**МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ
СЛОЖНЫХ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук,
профессор А. Н. Антамошкин

Красноярск – 2006

Содержание

Введение.....	5
1 Анализ подходов к исследованию эффективности	
сложных систем	11
1.1 Проблема исследования эффективности сложных систем. Основные концепции и терминология	11
1.2 Методы исследования эффективности	18
1.2.1 Теория потенциальной эффективности сложных систем.....	18
1.2.2 Методы исследования эффективности технических систем.....	21
1.2.3 Производственные функции.....	23
1.2.4 Stochastic Frontier Analysis	27
1.2.5 Data Envelopment Analysis	29
1.3 Подходы к исследованию эффективности иерархических систем..	38
1.3.1 Определение иерархии и роль иерархических систем	38
1.3.2 Подход на основе метода математического моделирования	43
1.3.3 Подход на основе метода DEA–АСФ	48
1.4 Обобщение и формулирование задач исследования.....	52
1.5 Выводы.....	56
2 Модификация метода DEA–АСФ.....	58
2.1 Искусственные эталонные границы эффективности в методе DEA–АСФ	58
2.2 Обзор методов обработки экспертных оценок	62
2.3 Предлагаемые алгоритмы обобщения индивидуальных экспертных оценок при формировании искусственных границ эффективности.....	67
2.4 Методика построения искусственных эталонных границ эффективности.....	77
2.4.1 Вспомогательные методы и алгоритмы	77
2.4.2 Описание методики	84

2.5 Выводы.....	87
3 Инструментарий для исследования эффективности сложных иерархических систем	89
3.1 Вспомогательные алгоритмы	89
3.1.1 Алгоритм перераспределения ресурсов в подсистемах сложной системы.....	89
3.1.2 Алгоритм агрегирования оценок эффективности подсистем в интегральную оценку эффективности сложной иерархической системы	92
3.1.3 Метод прогнозирования эффективности	96
3.1.3.1 Традиционные подходы к прогнозированию	97
3.1.3.2 Предлагаемый алгоритм прогнозирования эффективности.....	98
3.2 Методика исследования эффективности сложных иерархических систем.....	100
3.2.1 Принципы построения методики и сфера ее применения.....	101
3.2.2 Положения методики.....	102
3.3 Система поддержки принятия решений по исследованию эффективности сложных иерархических систем.....	109
3.3.1 Общие требования к системам поддержки принятия решений.....	109
3.3.2 Архитектура СППР, построенной на основе предложенной методики.....	110
3.3.3 Программная реализация СППР	112
3.3.3.1 Выбор средств реализации программного продукта	112
3.3.3.2 Структура базы данных.....	114
3.3.4 Оценка быстродействия СППР	117
3.4 Апробация предложенных решений на примере объектов системы высшего образования.....	118

3.4.1 Пример подхода к оценке эффективности системы высшего профессионального образования.....	119
3.4.2 Адаптация разработанной методики для исследования эффективности объектов системы высшего профессионального образования.....	122
3.4.3 Пример применения методики для оценки эффективности элементов системы высшего профессионального образования.....	128
3.5 Выводы.....	132
Заключение	134
Список использованных источников	137
Приложение А Дополнительные материалы по методу DEA–АСФ	149

Введение

Актуальность темы исследования. Эффективность – одно из важнейших качеств, характеризующих системы любой природы. Поэтому проблеме исследования эффективности функционирования систем во всех сферах деятельности человека в последние годы уделяется повышенное внимание [4, 9, 12, 18, 29, 34, 49, 50, 52, 54, 59, 63, 64, 75, 88, 92, 93, 97, 98, 109]. Для проведения таких исследований используются разные подходы, в зависимости от предметной области. Однако разработан и ряд методов, которые используются для оценки эффективности объектов в довольно широких классах систем. Одним из таких методов является Data Envelopment Analysis (DEA), который был разработан в 1978 г. американскими учеными A. Charnes, W. W. Cooper, E. Rhodes [88]. В последние 25 лет он широко применяется для оценки эффективности функционирования сложных объектов в различных сферах (см., например, [90, 93, 97, 98, 105, 109]). Метод становится все более популярным и в России (см. например, [2, 12, 29]). В качестве русскоязычного эквивалента его названия предложено такое – «анализ среды функционирования (АСФ)» [2].

Для получения более обоснованной оценки текущей эффективности функционирования сложной системы и прогнозирования ее будущей эффективности желательно принять во внимание структуру системы. В том случае, когда система является иерархической, это означает, что необходимо учитывать эффективность подсистем на различных уровнях иерархии для того, чтобы получить обоснованную оценку эффективности всей системы. Очевидно, что процедуру оценки эффективности сложных иерархических систем было бы целесообразно представить в виде формализованной методики. Представляется возможным построить такую методику на основе метода DEA–АСФ.

Однако метод DEA–АСФ имеет следующую особенность: он позволяет оценивать только *относительную* эффективность объектов, т. е. эффективность их по сравнению друг с другом. Следовательно, необходимо модифицировать метод с тем, чтобы получаемые оценки эффективности можно было считать аб-

солютными (с некоторой долей условности). Тогда появилась бы возможность агрегировать оценки эффективности объектов в подсистемах на разных уровнях иерархии в единую интегральную оценку внутренней эффективности исследуемой системы.

Таким образом, формализованная методика, построенная на основе модифицированного метода DEA–АСФ, могла бы служить инструментом повышения качества управления сложными иерархическими системами.

Цель работы состоит в повышении качества управления сложными иерархическими системами.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**.

1. Проанализировать подходы к исследованию эффективности сложных иерархических систем, а также конкретные методы, применяемые для проведения таких исследований.

2. Модифицировать метод DEA–АСФ: разработать комплекс алгоритмов и формализованную методику формирования искусственных эталонных границ эффективности на основе обобщения индивидуальных экспертных оценок.

3. Разработать формализованную методику исследования эффективности сложных иерархических систем на основе модифицированного метода DEA–АСФ.

4. Разработать автоматизированную систему поддержки принятия решений (СППР), реализующую предложенную методику.

5. Провести апробацию разработанной методики на примере объектов системы высшего профессионального образования.

Методы исследования. При выполнении диссертационной работы использовались методы системного анализа, метод DEA–АСФ, теория принятия решений, методы экспертных оценок, теория баз данных.

Научная новизна диссертационной работы состоит в следующем.

1. Впервые предложен комплекс алгоритмов формирования искусственных эталонных границ эффективности в методе DEA–АСФ на основе обобщения

ния индивидуальных экспертных оценок. Алгоритмы построены с учетом специфики обобщаемых объектов, т. е. границ эффективности, имеющих форму выпуклой оболочки (выпуклого конуса) в многомерном пространстве входных и выходных переменных.

2. Разработана формализованная методика формирования искусственных эталонных границ эффективности для решения задач методом DEA–АСФ. Методика включает в себя комплекс предложенных алгоритмов обобщения индивидуальных экспертных оценок, а также ряд вспомогательных алгоритмов, упрощающих работу экспертов. Предложенная методика повышает качество работы экспертов и обоснованность результирующих искусственных эталонных границ эффективности за счет регламентирования и формализации всех этапов получения групповых экспертных оценок.

3. Предложен новый алгоритм перераспределения ресурсов в подсистеме иерархической системы, построенный на основе метода DEA–АСФ. Алгоритм позволяет выработать рекомендации по повышению интегральной эффективности подсистемы за счет минимизации суммарных (по всем объектам в подсистеме) дефицитов выпусков при различных вариантах распределения ресурсов.

4. Разработана формализованная методика исследования эффективности сложных иерархических систем. В основу методики положен метод DEA–АСФ, модифицированный посредством использования искусственных эталонных границ эффективности, построенных путем обобщения индивидуальных экспертных оценок. Результаты оценки и прогноза эффективности системы, а также рекомендации по ее повышению представляются в наглядной форме благодаря использованию специально разработанных алгоритмов, позволяющих уменьшить объем информации, предоставляемой ЛПР.

Практическая ценность работы и реализация полученных результатов. Разработанная СППР, а также предложенные в диссертационной работе алгоритмы и методики ориентированы на практическое применение в различных предметных областях, в которых сложные объекты организованы в виде иерархических систем, в частности, в сфере высшего профессионального обра-

зования (как в органах управления отраслью в целом, так и в системах управления отдельными учреждениями). На основе предложенных алгоритмов и методик разработано программное обеспечение, позволяющее решать практические задачи, связанные с оценкой и повышением эффективности иерархических систем. Разработанная СППР позволяет повысить обоснованность принимаемых решений по управлению многоуровневыми иерархическими системами.

Результаты диссертационной работы и разработанная СППР используются в ходе курсового и дипломного проектирования в Сибирском государственном аэрокосмическом университете (СибГАУ), г. Красноярск. Материалы диссертационной работы введены в учебный курс «Проектирование сложных систем» в СибГАУ.

Достоверность полученных результатов исследования обусловлена корректным применением теории систем и методов системного анализа, математических методов оптимизации и метода DEA–АСФ, а также теории алгоритмов.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Модифицированный метод DEA–АСФ может успешно применяться для разработки методики исследования эффективности сложных иерархических систем.
2. Комплекс алгоритмов формирования искусственных эталонных границ эффективности в методе DEA–АСФ позволяет на основе обобщения индивидуальных экспертных оценок сформировать результирующую границу эффективности, удовлетворяющую требованиям метода DEA–АСФ.
3. Формализованная методика формирования искусственных эталонных границ эффективности для решения задач методом DEA–АСФ повышает качество работы экспертов и обоснованность результирующих искусственных эталонных границ эффективности за счет регламентирования и формализации всех этапов получения групповых экспертных оценок.

4. Алгоритм перераспределения ресурсов, построенный на основе метода DEA–АСФ, облегчает решение задачи управления ресурсами в сложной иерархической системе.

5. Формализованная методика исследования эффективности сложных иерархических систем, основанная на модифицированном методе DEA–АСФ, является действенным средством повышения качества управления системами данного класса.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях:

– IX и X Международные научно-практические конференции «Системный анализ в проектировании и управлении» (г. Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 2005 и 2006 г.г.);

– VI и VII Всероссийские научно-технические конференции «Теоретические и прикладные вопросы современных информационных технологий» (г. Улан-Удэ, Восточно-Сибирский государственный технологический университет, 2005 и 2006 г.г.);

– Всероссийская научно-практическая конференция «IT-инновации в образовании» (г. Петрозаводск, Петрозаводский государственный университет, 2005 г.);

– Международная научно-методическая конференция «Развитие системы образования в России XXI века» (г. Красноярск, Красноярский государственный университет, 2003 г.);

Основные положения диссертационной работы и работа в целом обсуждались на научных семинарах кафедр «Системного анализа и исследования операций» и «Информатики и вычислительной техники» Сибирского государственного аэрокосмического университета (2004–2006 г.г.), а также на заседаниях Научно-технического совета Научно-исследовательского института систем управления, волновых процессов и технологий (2004–2005 г.г.).

Публикации. По результатам работы опубликовано 13 статей и докладов [3, 37–48], в т. ч. 2 работы [3, 38] в издании, включенном в список изданий, рекомендованных ВАК для опубликования результатов диссертационных исследований.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех разделов, заключения, списка использованных источников (110 наименований) и приложения. Содержание работы изложено на 148 страницах основного текста, проиллюстрировано 8 рисунками и 1 таблицей. В приложении представлены дополнительные материалы, поясняющие возможности метода DEA–АСФ.

1 Анализ подходов к исследованию эффективности сложных систем

Проблема повышения эффективности во всех сферах деятельности человека в настоящее время приобретает все большее значение. О путях повышения эффективности управления писал, в частности, такой классик кибернетики, как С. Бир [7, 8]. Решению этой проблемы уделяют внимание и отечественные исследователи (см., например, [53–56]).

Следовательно, особую важность приобретает и теория эффективности, без использования которой трудно получить реальную практическую отдачу. Развитию этой теории посвящено большое число работ как в технической сфере, так и в экономике и в других областях (см. например, [2, 18, 49, 50, 59, 64, 75, 89, 92]). Однако, несмотря на значительные успехи в развитии теории эффективности, есть вопросы, которые, на наш взгляд, требуют развития и уточнения.

1.1 Проблема исследования эффективности сложных систем. Основные концепции и терминология

Несомненно, главным понятием, вокруг которого строится все здание теории эффективности, является понятие *эффективности*.

«Эффективность – это наиболее общее, определяющее свойство любой целенаправленной деятельности, которое с познавательной (гносеологической) точки зрения раскрывается через категорию цели и объективно выражается степенью достижения цели с учетом затрат ресурсов и времени» [49, с. 59].

В технике эффективность связывается с понятием *операции*, под которой понимается упорядоченная совокупность взаимосвязанных действий, направ-

ленных на достижение определенной цели [52, с. 30]. «Эффективность операции есть степень соответствия реального (фактического или ожидаемого) результата операции требуемому (желаемому) или, иными словами, степень достижения цели операции» [49, с. 60].

Качество сложной системы проявляется в полной мере только в процессе ее функционирования, т. е. использования по назначению. Поэтому наиболее объективная оценка качества системы может быть получена по эффективности ее целевого применения [52, с. 28].

Эффективность системы нельзя вывести полностью только из свойств системы, необходимо учитывать также и свойства надсистемы [50, с. 14]. Как отмечается в работе [52, с. 56], эффективность невозможно наблюдать непосредственно, ее можно лишь измерить косвенными методами.

Русскоязычному термину «эффективность» соответствуют два английских термина: «effectiveness» и «efficiency». Первый из них подразумевает способность устанавливать желаемые цели и способность достигать этих целей. Смысл второго термина – в соотношении полученных выгод с ресурсами, затраченными для получения этих выгод [92, с. 66].

В настоящее время в целом ряде работ говорится о теории эффективности (см., например, [52, 64, 49]). При этом в одних источниках указывается, что эта теория еще не оформилась в самостоятельную науку [64, с. 5]. В других же выражается точка зрения, что данная теория вполне сформировалась: «объектом изучения теории эффективности являются целенаправленные действия – операции, а предметом – закономерности, связывающие эффективность операции с качеством системы ..., условиями и способами ее использования в операции» [49, с. 66]. Теорию эффективности называют также «инструментом исследования операций» [52, с. 23]. На Западе развивается аналогичное направление – Efficiency and Productivity Analysis (анализ эффективности и продуктивности) (см., например, [89, 92]).

Важным понятием теории эффективности является *показатель эффективности*. Эффективность, как и всякое свойство системы, обладает опреде-

ленной интенсивностью своего проявления. Мету интенсивности проявления эффективности называют показателем эффективности W [49, с. 61]. Есть и более развернутое определение [64, с. 71]: «показатель эффективности большой системы – это количественная характеристика конечного результата ее функционирования и развития в течение обусловленного периода в сравнении с целевым нормативом и расходом ресурсов при заданных характеристиках состояния системы и воздействия внешней среды, а также при заданном векторе управления». Такой показатель эффективности предлагается называть обобщенным показателем эффективности большой системы [64, с. 71].

В наиболее общей форме обобщенный показатель эффективности большой системы предлагается строить как некоторую функцию или функционал [64, с. 71–72]

$$W = \Phi(Y_k, Y_n, U_k, U_n),$$

где Y_k – возможный или фактически достигнутый полезный эффект (конечный результат) функционирования и развития системы; Y_n – целевой полезный эффект (необходимый конечный результат) функционирования и развития системы; U_k – возможные или фактические затраты количества труда (живого и прошлого) для получения Y_k ; U_n – минимальные необходимые затраты количества труда (живого и прошлого) для получения Y_n . Если (Y_k, U_k) рассматриваются как возможные величины, то речь идет о прогнозировании эффективности, а в случае, когда (Y_k, U_k) фактически полученные, то показатель W будет отражать фактически достигнутую эффективность за некоторый период функционирования системы.

Для принятия решения о достижении требуемой цели, необходим *критерий эффективности*, т. е. правило, позволяющее сопоставлять стратегии, характеризующиеся различной степенью достижения цели, и осуществлять направленный выбор стратегий из множества допустимых [50, с. 37]. Критерий эффективности вводится на основе определенной концепции рационального

поведения (выработки решений): пригодности, оптимизации, адаптивизации [50, с. 37–38].

1. Концепция пригодности. Рациональной признается любая стратегия u , для которой значение показателя эффективности W не ниже некоторого требуемого уровня W^{mp} :

$$W(u) \geq W^{mp}, u \in U,$$

где U – множество допустимых стратегий.

Если показатель эффективности векторный, то это условие записывается для каждого частного показателя W_i , входящего в состав показателя W :

$$W_i(u) \geq W_i^{mp}, \forall i.$$

2. Концепция оптимизации. Рациональными считаются те стратегии $u \in U$, которые дают максимальный эффект:

$$W(u^*) = \max_{u \in U} W(u).$$

Решением может быть множество равноценных оптимальных стратегий $U^* \subset U$. При этом показатель эффективности $W(u)$ – скаляр.

3. Концепция адаптивизации. При этой концепции стратегия u может изменяться в процессе функционирования системы. При этом в понятие стратегии включаются также параметры системы и ее структура. Изменения проводятся на основе не только априорной информации, но также текущей и прогнозной информации. Множество допустимых стратегий U и цель системы также могут изменяться. В рамках такой концепции рациональной считается такая адаптивная стратегия $u(t)$ из множества $U(t, \tau)$, которая обеспечивает, например, выполнение условия

$$W_t(u^*(t), \tau) \geq W_i^{mp}(u(t), \tau), u(t) \in U(t, \tau),$$

где t – время, τ – упреждение прогноза. Запись W_t означает, что показатель эффективности может меняться во времени [50, с. 37–38].

Важнейшим правилом при выборе критерия эффективности является согласованность цели операции с выбранным критерием [50, с. 40].

Таким образом, критерий эффективности нельзя построить без использования нормативов, а для построения показателей эффективности наличие нормативов не является обязательным [64, с. 84].

Из приведенных пояснений видно, что понятия «эффективность» и «цель» тесно связаны. Количественное изучение сложных систем проводится с привлечением понятия цели. Используется даже термин *целеустремленная система*, впервые введенный в работе [1]. Системы делятся на простые и сложные в зависимости от отсутствия или присутствия в их поведении акта решения. Простые системы успешно изучаются физикой без использования понятия цели [75, с. 199].

Сложность системы было предложено формализовать следующим образом [14, с. 129–130]. Пусть существует Y элементов системы, для каждого из которых реализуется K равновероятных состояний. В этом случае оценка сложности системы производится по формуле

$$C = \log K^Y = Y \log K = -Y \log P_k,$$

где $P_k = \frac{1}{K}$ – вероятность состояния элемента.

Для неравновероятных состояний, когда вероятности состояний элементов различны ($P_k \neq const$), сложность определяется как

$$C = -Y \sum_{k=1}^K P_k \log P_k = YH,$$

где H – информационная энтропия системы.

В приложении к техническим системам исследование эффективности операции представляет собой триединую задачу:

- задачу *оценивания (измерения)* эффективности операции;
- задачу *анализа* эффективности операции;
- задачу *оптимального синтеза* эффективной операции.

Первые две задачи часто объединяются под общим названием *прямой* задачи, а третья называется обратной задачей [52, с. 69]. Предложена такая последовательность решения этих задач [52, с. 70].

Этапы решения прямой задачи (задачи анализа эффективности операций):

1. Выявление и формулирование целей операции.
2. Обоснование показателей эффективности операции.
3. Обоснование критерия оценивания эффективности операции.
4. Разработка математической модели операции.
5. Вычисление показателей эффективности операции.
6. Оценивание эффективности операции.
7. Исследование влияния эксплуатационно-технических характеристик целеустремленной технической системы на эффективность операции.
8. Анализ чувствительности показателей эффективности к эксплуатационно-техническим характеристикам целеустремленной технической системы и отбор значимых факторов.

Этапы решения обратной задачи (задачи синтеза эффективной операции), как инженерно-технической, так и организационной:

1. Выявление и формулирование целей операции. Отбор значимых управляемых факторов.
2. Обоснование показателей эффективности операции и критерия ее оценивания.
3. Построение математической модели операции.
4. Испытание модели операции и определение ее оптимальных характеристик.

5. Обоснование требований к структуре целеустремленной технической системы (структурный синтез).

6. Обоснование требований к эксплуатационно-техническим характеристикам целеустремленной технической системы (параметрический синтез).

7. Обоснование требований к организации процесса функционирования системы (алгоритмический синтез).

На наш взгляд, приведенный порядок исследования эффективности может быть применен не только к сложным техническим системам, но и к системам в других предметных областях.

Подходы к исследованию эффективности в различных сферах отличаются большим разнообразием. В качестве примера можно привести методы оценки эффективности инвестиционных проектов [63, 10]. Вопросы измерения технологической эффективности проектов и программ рассматриваются в работе [4]. Подход к оценке эффективности системы заказов продукции военного назначения предложен в работе [9]. В этом подходе используются не только детерминированные показатели, но также и вероятностные.

Однако существуют и более общие подходы, применяемые для оценки эффективности весьма широких классов сложных объектов. Ряд таких подходов и будет рассмотрен далее в разделе 1 настоящей диссертации.

В завершение этого параграфа дадим краткие характеристики некоторых типов систем, которые будут использоваться в дальнейшем изложении.

Дискретные (другое название – «корпускулярные») системы характеризуются тем, что они состоят из однотипных взаимозаменяемых элементов. Связи между элементами в таких системах не являются жесткими, зачастую элементы связаны друг с другом лишь посредством общей среды, в которой они функционируют, гибель одного элемента не приводит к гибели всей системы. Примерами могут служить особи в популяции биологического вида, однотипные организации или предприятия в немонополизированной отрасли и т. д. [33].

Жесткие системы характеризуются уникальностью элементов и прочными связями между ними, взаимозаменяемость между элементами отсутствует или почти отсутствует, при удалении одного из элементов системы ее функционирование становится невозможным. В качестве примеров можно привести организм животного или человека, в котором содержатся подсистемы как корпускулярного, так и жесткого типа [33]. Еще одним примером являются простые технические системы, в которых выход из строя любого элемента приводит к отказу всей системы.

Компенсационные системы – это системы, в которых недостаточность одних факторов в значительной степени может компенсироваться избытком других факторов [33, с. 155].

1.2 Методы исследования эффективности

В настоящем параграфе рассматриваются различные методы исследования эффективности: как стохастические, так и детерминированные.

1.2.1 Теория потенциальной эффективности сложных систем

Теория потенциальной эффективности сложных систем, развиваемая Б. С. Флейшманом [74, 75], занимает промежуточное положение между концептуальной частью системологии и более конкретными и поэтому менее общими расчетными методами анализа систем. Целью этой теории является формулировка общих предельных законов, ограничивающих эффективность сложных систем любой природы [74, с. 40].

Приведем краткое описание основных идей данной теории [74, с. 42–43]. Ее основным понятием является понятие так называемого (u, v) -обмена между системой A и средой B , где u – некоторое количество абстрактных ресурсов, расходуемых системой, которые система «платит» среде за количество v приобретаемых абстрактных ресурсов.

Так, за сохранение своей надежности на время $v = t$ система должна платить среде своими выходящими их строя элементами в количестве $u = n$. Для различения $v = M$ сигналов на фоне шумов среды система расходует часть $u = t'$ приобретенного ею времени своей жизни ($t' < t$). Для приобретения у среды некоторого количества v необходимых системе ресурсов (например, порции $v = n'$ своих собственных элементов) система снова расходует свой «жизненный» ресурс – часть времени жизни $u = t''$ ($t' + t'' \leq t$), например, в конфликтной игре со «злонамеренной» средой и т. д.

Эффективность системы всегда ограничивается предельно выгодным для нее (u, v_0) -обменом, т. е. обменом, при котором за данное количество u она получает предельно большое количество v_0 или фиксированное v_0 , тратя предельно малое u .

Величина $v = v(u, A, B)$ зависит от величины u и структур и поведений системы A и среды B . Фундаментальная величина v_0 , фигурирующая в выгодном (u, v_0) -обмене, имеет следующее общее определение.

Для широких классов A' и B' систем $A \in A'$ и сред $B \in B'$ существует фундаментальная величина

$$v_0 = v(u, A_0, B_0) = \max_{A \in A'} \min_{B \in B'} v(u, A, B), \quad (1.1)$$

где A_0 и B_0 – экстремальные (оптимальные) в классах A' и B' система и среда соответственно. В случае бесконфликтного взаимодействия системы со средой в соотношении (1.1) не берется второго экстремума и вместо «наихудшей» для системы среды B_0 фигурирует фиксированная среда B .

Целью системы A , обозначаемой \underline{A} , можно считать стремление ее достигнуть наилучшего для себя состояния, определяемого выгодным (u, v_0) -обменом. Система, производящая выгодный (u, v_0) -обмен, называется оптимальной.

Как правило, взаимодействие системы со средой носит стохастический характер, и потому можно говорить лишь о вероятности $P(u, v)$, с которой имеет место (u, v) -обмен. Величину $P(u, v)$ называют эффективностью системы. Отождествляя цель системы \underline{A} с выгодным (u, v_0) -обменом или близким к нему (u, v) -обменом, вероятность $P(u, v) = P(\underline{A})$ можно считать вероятностью достижения системой своей цели. В таком случае такую вероятность называют *потенциальной эффективностью* системы. Иногда эффективностью системы называют саму величину v , а фундаментальную величину v_0 – ее потенциальной эффективностью. Например, для случая различения системой $v = M$ сигналов, закодированных последовательностями длиной $u = t$, на фоне шумов вероятность P правильного декодирования и будет играть роль эффективности.

Для больших значений u , которым соответствуют большие значения v , и всех известных моделей отдельных качеств сложных систем, приводящих к предельным законам их эффективности по этим качествам, имеет место следующее асимптотическое соотношение [75]:

$$P(u, v) \approx \begin{cases} 0 & \text{при } v > v_0, \\ 1 & \text{при } v < v_0. \end{cases}$$

Именно для асимптотического случая больших значений u и v вероятность $P(u, v)$ близка либо к нулю, либо к единице, в зависимости от «жадности» системы ($v > v_0(u)$) или ее умеренности ($v < v_0(u)$) соответственно, где $v_0(u)$ – некоторая фундаментальная величина для рассматриваемого класса моделей систем.

Автор данной теории указывает на весьма примечательное обстоятельство, а именно: общий характер предельного закона для разнообразных моделей

сложных систем, возникающих независимо друг от друга в теориях надежности, информации, игр и других областях [75, с. 200]. Это связано с проявлением вероятностного закона больших уклонений, присущего асимптотическому поведению всех рассматриваемых моделей. Вероятностная форма определения эффективности системы при достижении отдельных ее тактических целей позволяет оценить вероятность достижения ею стратегической цели с помощью неравенства Буля [75, гл. 7]: В частности, возможно оценить качество целостной системы на основе оценок ее эффективности по отдельным качествам.

В [75, с. 201] отмечается, что развитая теория позволяет оценить потенциальную эффективность сложных технических систем в целом и в зависимости от этого назначить рациональные требования к эффективности составляющих их подсистем. Эта же теория может быть использована при исследовании биологических систем [74].

1.2.2 Методы исследования эффективности технических систем

Этому направлению посвящена весьма обширная литература (см., например, [18, 49, 50, 59, 64, 52]). Ввиду ограниченного объема диссертационной работы мы рассмотрим только стохастический подход к определению показателей эффективности, предложенный в работе [64].

В указанной работе в качестве обобщенного показателя эффективности предлагается такой:

$$W = (W_n, W_p, W_e),$$

где W_n – комплексный показатель целевой надежности системы; W_p – комплексный показатель целевой производительности системы; W_e – комплексный показатель целевой экономичности системы.

При этом комплексные показатели W_n , W_n , $W_э$ рассматриваются как числовые вероятностные характеристики:

$$W_n = P\{Y_\kappa \geq Y_\psi | U_\kappa \leq U_\psi\},$$

$$W_n = M[Y_\kappa | U_\kappa \leq U_\psi],$$

$$W_э = M[U_\kappa | Y_\kappa \geq Y_\psi],$$

где Y_κ – возможный или фактически достигнутый полезный эффект (конечный результат) функционирования и развития системы; Y_ψ – целевой полезный эффект (необходимый конечный результат) функционирования и развития системы; U_κ – возможные или фактические затраты количества труда (живого и прошлого) для получения Y_κ ; U_ψ – максимально допустимые затраты количества труда (живого и прошлого) для получения Y_ψ .

На значения показателей накладываются условия:

$$0 \leq W_n \leq 1, 0 \leq W_n \leq 1, 0 \leq W_э \leq 1.$$

Определять эти показатели эффективности предлагается по формулам:

$$W_n = \int_0^\infty \int_y^\infty dF_\psi(y) dF_\kappa(y),$$

где $F_\kappa(y)$ – функция распределения возможного конечного результата функционирования и развития системы Y_κ ; где $F_\psi(y)$ – функция распределения целевого результата функционирования системы для достижения цели Y_ψ ;

$$W_n = \int_0^\infty y dF_\kappa(y),$$

где y – переменная, выражающая возможные значения конечного результата функционирования и развития системы Y_k ;

$$W_{\varepsilon} = \int_0^{\infty} u dF_{\kappa}(u),$$

где u – переменная, выражающая возможные значения расхода ресурсов U_{κ} на получение конечного результата Y_{κ} ; $F_{\kappa}(u)$ – функция распределения случайной величины U_{κ} .

Таким образом, чтобы получить рабочие зависимости для комплексных показателей эффективности большой системы W_n , W_n , W_{ε} на основании приведенных моделей, необходимо получить аналитические выражения для функций $F_{\kappa}(y)$, $F_u(y)$, $F_{\kappa}(u)$, представляющих собой функции распределения случайных величин Y_{κ} , Y_u , U_{κ} . Решается задача получения аналитических выражений для этих функций на основе аналитических и статистических подходов. Однако, выбор вида функциональной зависимости является неформализуемым этапом и несет на себе отпечаток субъективности.

1.2.3 Производственные функции

Теория производственных функций является часто используемым инструментом исследования производственной сферы. Этому направлению посвящена весьма обширная литература (см., например, [15, 27, 77, 78]). Возьмем за основу нашего изложения работу [15].

Пусть $X = (x_i)$ обозначает вектор затрат ресурсов, $i \in M$, $M = \{1, \dots, m\}$; $Y = (y_j)$ – вектор объемов производства, $j \in N$, $N = \{1, \dots, n\}$. Если из вектора ресурсов X можно получить вектор продукции Y , то пара (X, Y) называется технологически допустимой (или *технологией*). Совокупность всех таких пар $(X,$

Y) образует технологическое множество Z . Допустимые технологии можно сравнивать между собой. Технология (X_1, Y_1) называется более эффективной, чем технология (X_2, Y_2) , если выполняются соотношения $X_1 \leq X_2, Y_1 \geq Y_2$. Эти соотношения означают, что затраты по первой технологии не больше, а выпуски – не меньше, чем по второй технологии, при этом хотя бы по одному компоненту затрат или выпуска неравенство выполняется как строгое. Технология (X^*, Y^*) называется *эффективной* (оптимальной по Парето), если не существует другой более эффективной допустимой технологии. Множество всех эффективных технологий обозначается Z^* . Выражение вида

$$F(X, Y, A) = 0,$$

где A – вектор параметров, получило название производственной функции. Как отмечается в работе [15], производственная функция является функциональной (кибернетической) моделью сферы производства. Эта функция определяет выход Y по входу X .

Производственная функция

$$y = f(X), \quad X = (x_1, \dots, x_m)$$

характеризует максимально возможный объем выпуска продукта в зависимости от используемого объема ресурсов. Такая функция позволяет описывать только однопродуктовые технологии.

Обычно формулируются следующие формальные свойства производственных функций с взаимозаменяемыми ресурсами:

1) если $X = 0$, то $y = 0$;

2) если $X^A \geq X^B$, то $f(X^A) \geq f(X^B)$, причем, если $X^A > X^B$, то и $f(X^A) > f(X^B)$. Из этого следует, что $y > 0$ при $X > 0$.

В качестве характеристики уровня эффективности ресурсов (входов) используется *предельная эффективность ресурса*:

$$v_i = \frac{\partial f(X)}{\partial x_i}.$$

Из свойства 2) следует, что $v_i \geq 0$.

Как правило $v_{ii} = \frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_i^2} < 0$. Это означает, что предельная эффектив-

ность i -го ресурса падает с ростом используемого объема этого ресурса.

В теории производственных функций есть важное понятие, которое имеет различные формулировки: эффект масштаба, отдача от масштаба, отдача на масштаб (в английском оригинале – returns to scale [89]). Для математического выражения сути этого понятия используются однородные производственные функции. Функция $y = f(X)$ называется однородной n -ой степени, если выполняется следующее:

$$f(\lambda X) = \lambda^n f(X).$$

Это означает, что при увеличении объемов всех входов в λ раз объем выпуска увеличится в λ^n раз. Этим показателем n и характеризуется величина эффекта масштаба. Возможны три ситуации:

- 1) если $n = 1$, то эффективность не изменяется (постоянный эффект масштаба);
- 2) если $n > 1$, то эффективность возрастает (возрастающий эффект масштаба);
- 3) если $n < 1$, то эффективность падает (убывающий эффект масштаба).

В литературе предложены различные виды производственных функций (см. [20, 61, 27]). Одной из наиболее часто используемых является функция Кобба–Дугласа (см., например, [20, 61, 27]). Она записывается так:

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta},$$

где K – объем материальных ресурсов; L – объем трудовых ресурсов; A , α , β – параметры функции, определяемые на основе доступных статистических данных.

Для определения эффективности производства на основе такой функции в работе В. А. Колемаева используется следующий подход. Сначала выполняется переход к относительным безразмерным показателям:

$$\frac{Y}{Y_0} = \left(\frac{K}{K_0} \right)^{\alpha} \left(\frac{L}{L_0} \right)^{\beta},$$

где Y_0 , K_0 , L_0 – значения показателей в базовом периоде.

Если обозначить выпуск и ресурсы в относительных (безразмерных) единицах через \tilde{Y} , \tilde{K} , \tilde{L} , то функцию Кобба–Дугласа можно переписать так:

$$\tilde{Y} = \tilde{K}^{\alpha} \tilde{L}^{\beta}.$$

Далее вводятся два частных показателя эффективности: $\frac{\tilde{Y}}{\tilde{K}}$ – фондоотдача и $\frac{\tilde{Y}}{\tilde{L}}$ – производительность труда. Эти показатели безразмерны. Обобщенный показатель эффективности экономической системы предлагается определять как взвешенное среднее геометрическое частных показателей эффективности:

$$E = \left(\frac{\tilde{Y}}{\tilde{K}} \right)^\gamma \left(\frac{\tilde{Y}}{\tilde{L}} \right)^{1-\gamma},$$

где $\gamma = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$, $1 - \gamma = \frac{\beta}{\alpha + \beta}$.

Аппарат производственных функций применяется не только в экономике, но также и в технике (см., например, [52]).

Выбор вида производственной функции производится на основе изучения доступных статистических данных и знаний о предметной области. Таким образом, это – не полностью формализованный подход.

1.2.4 Stochastic Frontier Analysis

Название данного метода можно на русский язык перевести как метод стохастической границы для производственной функции. Исследователи D. J. Aigner и S. F. Chu предложили такую модель для параметрического определения границы (производственной функции) [89, с. 184]:

$$\ln(y_i) = x_i \beta - u_i, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где $\ln(y_i)$ – логарифм (скалярного) выхода для i -ой фирмы; x_i – вектор-строка размерности $K + 1$, у которого первый элемент равен 1, а оставшиеся элементы являются логарифмами количеств для каждого из K входных факторов i -ой фирмы; $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_K)'$ – это вектор-столбец размерности $K + 1$ неизвестных параметров, которые и требуется оценить; u_i – неотрицательная случайная переменная, связанная с технической неэффективностью фирм в изучаемой отрасли производства.

Таким образом, значение технической эффективности i -ой фирмы можно получить как отношение наблюдаемого фактического выхода к потенциально возможному выходу, определяемому граничной функцией:

$$TE_i = \frac{y_i}{\exp(x_i\beta)} = \frac{\exp(x_i\beta - u_i)}{\exp(x_i\beta)} = \exp(-u_i).$$

Для оценивания неизвестных параметров β и u_i используются методы линейного программирования, а также метод максимального правдоподобия и метод наименьших квадратов [89, с. 184].

Слабой стороной предложенной модели было отсутствие учета возможного влияния погрешностей измерений и шума на полученную в результате границу. Все отклонения от границы рассматривались как проявления технической неэффективности. Затем был предложен метод, известный под названием стохастического граничного подхода. Стохастическая модель отличается от предложенной ранее тем, что в нее добавлен элемент для учета случайных ошибок [89, с. 185]:

$$\ln(y_i) = x_i\beta + v_i - u_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (1.2)$$

Случайная переменная v_i служит для учета ошибок измерения и других случайных факторов, таких как погода, забастовки, удача и т.п., а также неучтенных входных факторов. Авторы этой модели D. J. Aigner, C. A. K. Lovell и P. Schmidt приняли допущение о том, что v_i являются независимыми нормально распределенными случайными величинами со средним значением равным нулю и постоянной дисперсией σ_{v^2} , независимыми от u_i , которые, в свою очередь, являются независимыми случайными величинами, имеющими экспоненциальное или полунормальное распределение.

Модель (1.2) называется стохастической граничной производственной функцией (stochastic frontier production function) потому, что величина выхода (выпуска) ограничена сверху стохастической переменной $\exp(x_i\beta + v_i)$. Случайная ошибка v_i может быть как положительной, так и отрицательной, поэтому величина стохастического граничного выхода колеблется около детерминистской составляющей граничной модели $\exp(x_i\beta)$.

В настоящее время предложены более сложные модели для случая, когда имеются данные для ряда фирм на протяжении ряда временных периодов.

Одним из главных спорных моментов стохастического подхода к построению границы эффективности является отсутствие какого-либо априорного объяснения для выбора вида распределения величин u_i . В результате полученные по этой модели значения эффективности могут зависеть от выбранного закона распределения [89]. Однако преимуществом метода стохастической границы является то, что он учитывает случайные ошибки.

1.2.5 Data Envelopment Analysis

История разработки метода. Метод Data Envelopment Analysis был предложен в 1978 г. американскими учеными A. Charnes, W. W. Cooper, E. Rhodes [88], которые основывались на идеях M. J. Farrell [99]. Первоначально метод предназначался для оценки эффективности функционирования некоммерческих организаций. В качестве русскоязычного эквивалента названия данного метода предложен такой вариант – «анализ среды функционирования (АСФ)» [2]. В настоящее время метод DEA– АСФ активно используется в различных предметных областях, развивается теория этого метода, публикуется много статей в различных научных журналах (см., например, журналы «Journal of Productivity Analysis», «European Journal of Operational Research» и др.).

Основная идея метода. Данный метод является, по сути, способом оценки производственной функции, которая в практической реальности неизвестна. Метод DEA–АСФ основан на построении так называемой *границы эффективности*, которая и является аналогом производственной функции для случая, когда выпуск является не скалярным, а векторным, т. е. когда выпускается несколько видов продукции. Эта граница имеет форму выпуклой оболочки [68, с. 64] или выпуклого конуса [68, с. 62] в пространстве входных и выходных переменных, описывающих каждый объект в исследуемой совокупности. Как это следует из названия метода, граница эффективности как бы огибает, или обертывает точки, соответствующие исследуемым объектам в многомерном пространстве (envelopment – обертывание). Граница эффективности используется в качестве эталона («точки отсчета») для получения численного значения оценки эффективности каждого из объектов в исследуемой совокупности. Степень эффективности объектов определяется степенью их близости к границе эффективности в многомерном пространстве входов/выходов. Способ построения границы эффективности – многократное решение задачи линейного программирования.

Поясним основную идею метода DEA–АСФ на примере процесса производства одного вида продукции y из двух видов ресурсов x_1 и x_2 (см. рисунок 1.1).

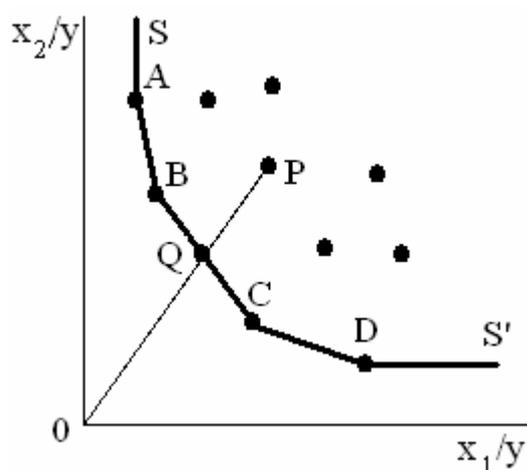


Рисунок 1.1 – Технология производства с двумя входами и одним выходом

Для упрощения иллюстрации будем считать эффект масштаба постоянным. Это допущение позволит нам использовать двухмерный график, по осям координат которого откладываются *удельные* затраты ресурсов, т.е. объемы ресурсов x_1 и x_2 в расчете на 1 единицу выпускаемой продукции. В результате получаем единичную изокванту [89, с. 134–135], представленную на рисунке 1.1.

Пусть объект (фирма) P использует ресурсы в объемах, соответствующих точке P на рисунке 1.1. Тогда его техническая (технологическая) неэффективность будет выражаться длиной отрезка QP . Точка Q является проекцией точки P на границу эффективности, при этом проецирование производится по направлению к началу координат. Длина отрезка QP представляет собой величину, на которую могут быть пропорционально *сокращены объемы затрат ресурсов* x_1 и x_2 без уменьшения объема выпуска y . Такой подход к определению эффективности называется *ориентированным на вход* (в оригинале – input-oriented). Тогда техническая эффективность объекта (фирмы) P будет определяться таким образом:

$$TE_P = \frac{OQ}{OP}.$$

На рисунке 1.1 точки A , B , C и D являются эффективными – на их основе и формируется граница эффективности. Точка P не лежит на границе неэффективности, следовательно, она не является эффективной.

Проецирование точек, соответствующих неэффективным объектам, на границу эффективности считается правомерным, исходя из принципа: если объект A способен произвести определенный объем выпуска из определенного объема ресурсов, то и объект B также должен быть способен произвести *такой же* объем выпуска из *такого же* объема ресурсов.

Из рисунка 1.1 видно, что значение технической эффективности не может превышать единицы. При проецировании неэффективного объекта на границу эффективности для него формируется целевой *гипотетический* объект, кото-

рый является эффективным. Этот целевой *гипотетический* объект в математическом смысле представляет собой линейную комбинацию реальных эффективных объектов (под реальным объектом в данном случае, естественно, подразумевается точка в многомерном пространстве). Число объектов, входящих в эту комбинацию, зависит от ряда факторов, в том числе, от количества входных и выходных переменных, описывающих объекты, и от значений этих переменных. Значения входных и выходных переменных целевого объекта и служат целями для неэффективного объекта.

Существует и подход, *ориентированный на выход* (в оригинале – output-oriented). Его можно проиллюстрировать на двухмерном графике для случая, когда в производстве участвует один вид ресурсов x и производится два вида выпуска y_1 и y_2 (см. рисунок 1.2) [89, с. 158–159]. Тогда при условии постоянного эффекта масштаба по осям графика отложим удельные выпуски продуктов y_1 и y_2 , приходящиеся на 1 единицу объема ресурса x .

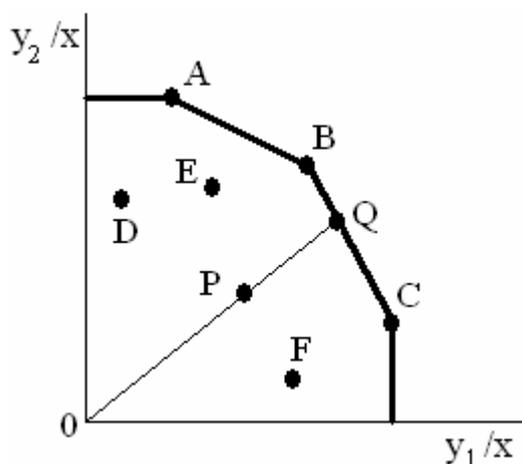


Рисунок 1.2 – Технология производства с одним входом и двумя выходами

На рисунке 1.2 точки (т. е. объекты) A , B и C являются эффективными, а точки D , E , F и P – неэффективными. Если точку P спроецировать в точку Q , лежащую на границе эффективности, то показатель эффективности точки P можно определить так:

$$TE_P = \frac{OP}{OQ}.$$

Основные модели метода. Рассмотрим суть метода DEA–АСФ на примере двух его моделей. Пусть имеются данные для K входных параметров и M выходных параметров для каждого из N однородных объектов (такими объектами могут быть, например, фирмы, банки, университеты). Для i -го объекта они представлены вектор-столбцами x_i и y_i соответственно. Тогда матрица X размерности $K \times N$ и матрица Y размерности $M \times N$ представляют собой матрицы входных и выходных параметров для всех N объектов. Модель формулируется в виде задачи линейного программирования в такой форме [89, с. 141]:

$$\begin{aligned} \min_{\theta, \lambda} & (\theta), \\ & -y_i + Y\lambda \geq 0, \\ & \theta x_i - X\lambda \geq 0, \\ & \lambda \geq 0, \end{aligned} \tag{1.3}$$

где θ – скаляр, а λ является вектором констант размерности $N \times 1$. Значение θ , полученное при решении задачи, и будет мерой эффективности i -го объекта. При этом эффективность не может превышать единицы. Аналогичная задача решается N раз, т.е. для каждого объекта.

Представленная модель (1.3) построена в предположении *постоянного эффекта масштаба* и в результате ее N -кратного решения формируется граница эффективности в виде выпуклого конуса. Коническая форма границы эффективности обусловлена тем, что в модели (1.3) нет ограничения на сумму элементов вектора λ , такого, как $\sum_{i=1}^N \lambda_i = 1$ [68].

Поясним смысл вектора λ . Из выпуклого анализа известно, что каждая точка, принадлежащая выпуклому конусу, натянутому на некоторое множество точек, может быть представлена в виде неотрицательной линейной комбинации этих точек, т. е. в виде $(X\lambda, Y\lambda)$ [68]. Часть элементов вектора λ имеют ненулевые значения. Эти элементы соответствуют тем объектам, которые являются эталонными для оцениваемого объекта. Линейная комбинация эталонных объ-

ектов и образует гипотетический объект, находящийся на границе эффективности и являющийся проекцией реального неэффективного объекта. В ситуации, представленной на рисунке 1.1, эталонами для объекта P являются объекты B и C , поэтому имеет место: $\lambda_B \neq 0$, $\lambda_C \neq 0$, $\lambda_A = 0$, $\lambda_D = 0$.

Те объекты, для которых значение показателя эффективности θ оказалось равным единице, находятся на границе эффективности. Для объектов, у которых показатель эффективности θ оказался меньше единицы, могут быть выданы рекомендации, заключающиеся в выведении таких объектов на границу эффективности за счет пропорционального сокращения объемов затрачиваемых ими ресурсов при сохранении значений выходных переменных на прежнем уровне. Поэтому приведенная модель называется моделью, *ориентированной на вход* [89, с. 141–142]. Рекомендуемые значения входных переменных рассчитываются по формуле:

$$x_i^{\text{рекоменд}} = \theta x_i,$$

где θ – показатель эффективности i -го (неэффективного) объекта, x_i – вектор значений входных переменных для i -го объекта.

Представим модель, аналогичную модели (1.3), но построенную в предположении *переменного эффекта масштаба* [83, 89, с. 150]:

$$\begin{aligned} \min_{\theta, \lambda} & (\theta), \\ & - y_i + Y\lambda \geq 0, \\ & \theta x_i - X\lambda \geq 0, \\ & \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1, \\ & \lambda \geq 0. \end{aligned} \tag{1.4}$$

При решении этой задачи формируемая граница эффективности имеет форму выпуклой оболочки, поскольку вследствие наложения условия $\sum_{i=1}^N \lambda_i = 1$

гипотетические объекты $(X\lambda, Y\lambda)$ равны *выпуклой* линейной комбинации эффективных точек [68, 89].

Аналогично моделям (1.3) и (1.4) могут быть построены и модели с ориентацией на *выход*. В этом случае при их решении главным результатом будет выдача рекомендаций по увеличению выпуска продукции без увеличения затрат ресурсов, т. е. увеличение значений вектора y_i без увеличения значений вектора x_i . При достижении рекомендуемых значений y_i неэффективные объекты могут быть выведены на границу эффективности. Вот эти модели [89, с. 158]:

$$\begin{aligned} \max_{\phi, \lambda} (\phi), \\ -\phi y_i + Y\lambda \geq 0, \\ x_i - X\lambda \geq 0, \\ \lambda \geq 0. \end{aligned} \tag{1.5}$$

$$\begin{aligned} \max_{\phi, \lambda} (\phi), \\ -\phi y_i + Y\lambda \geq 0, \\ x_i - X\lambda \geq 0, \\ \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1, \\ \lambda \geq 0. \end{aligned} \tag{1.6}$$

Модель (1.5) построена в предположении постоянного эффекта масштаба, а модель (1.6) – переменного эффекта масштаба [83]. Особенностью этих моделей является то, что значение переменной ϕ , рассчитанное по этим моделям, будет $\phi \geq 1$. Для получения традиционного значения показателя эффективности, лежащего в пределах $[0, 1]$, следует просто использовать величину $\frac{1}{\phi}$ [89, с. 158]. Рекомендуемые значения выходных переменных рассчитываются по формуле:

$$y_i^{\text{рекоменд}} = \phi y_i,$$

где ϕ – показатель эффективности i -го (неэффективного) объекта ($\phi \geq 1$), y_i – вектор значений выходных переменных для i -го объекта.

Специфика метода и особенности его применения. Граница эффективности – понятие условное. Ее вершинами являются эффективные точки в пространстве входов/выходов. Полученная граница эффективности является кусочно-линейной детерминистской. При решении задачи DEA–АСФ определяются только эффективные точки-вершины. Все же промежуточные точки границы могут быть определены как линейные комбинации этих точек-вершин. Метод DEA–АСФ в своей традиционной форме позволяет получить показатель только *относительной* эффективности объектов, поскольку они оцениваются друг относительно друга.

В приведенных моделях (1.3), (1.4), (1.5) и (1.6) векторы x_i и y_i не обязательно должны принадлежать матрицам входов X и выходов Y . Векторы x_i и y_i могут быть взяты из другого массива данных, например, за другой временной период. Однако в этом случае значение показателя эффективности θ может быть больше 1, а значение показателя ϕ , наоборот, меньше единицы, поскольку метод работает таким образом, что объект (x_i, y_i) сопоставляется с выпуклой оболочкой (либо с выпуклым конусом) точек, определяемых матрицами входов X и выходов Y . Конечно, размерности векторов x_i и y_i должны быть согласованы с размерностями матриц X и Y .

Метод DEA–АСФ имеет ряд привлекательных свойств, в том числе он [93, с. 8]:

– позволяет вычислить один агрегированный показатель эффективности для каждого объекта, не требуя при этом априорного задания весовых коэффициентов для переменных, используемых в анализе;

– не налагает никаких ограничений на функциональную форму зависимости между входами и выходами, поскольку кусочно-линейная граница эффективности является непараметрической;

– множество эффективных объектов является оптимальным по Парето.

Примеры использования и развития метода на Западе и в России. За время, прошедшее с момента его разработки, метод DEA–АСФ стал широко применяемым инструментом для оценки эффективности функционирования однородных объектов в различных социально-экономических системах. Он применяется в таких областях, как: промышленность, сельское хозяйство, банковский бизнес, здравоохранение, образование, административное управление и организация учреждений правосудия и т.д. (см., например, [89, 90, 92, 93, 97, 98, 105, 109]). На начало 2000 г. было известно около 1500 опубликованных исследований эффективности в различных предметных областях, выполненных с помощью этого метода [92].

Метод DEA–АСФ постоянно развивается и совершенствуется (см., например, [80, 92; 93, 97; 98, 106]). Предпринимаются попытки его интеграции с другими современными методами исследований, например, с теорией нечетких множеств [110]. Продолжается процесс разработки новых моделей метода. Для тестирования этих моделей предлагаются специальные тестовые наборы данных [79].

Поскольку одной из характерных особенностей данного метода является необходимость многократного решения задачи линейного программирования, то эффективное применение метода невозможно без использования компьютеров. Предложены различные способы ускорения решения задачи линейного программирования с учетом специфики метода DEA–АСФ [84, 85, 87, 94, 95, 96].

Еще одной особенностью метода является его зависимость от так называемых «выбросов» в данных [38]. Эта зависимость объясняется тем, что объект, у которого значение одной из *выходных переменных* оказывается *максимальным* среди всех оцениваемых объектов, автоматически классифицируется

как эффективный объект. Аналогичный эффект имеет место и в том случае, когда у некоего объекта значение одной из *входных переменных* оказывается *минимальным* среди всех оцениваемых объектов. Таким образом, если исходные данные были некорректными, то граница эффективности будет смещенной. Поэтому были предложены способы выявления «выбросов» [100, 102].

В России данный метод также начинает использоваться [2, 12, 29, 58, 97, 98,].

1.3 Подходы к исследованию эффективности иерархических систем

Из многообразия подходов к исследованию эффективности иерархических систем рассмотрим два различных подхода к решению этой задачи. Первый подход предложен в Институте прикладной математики РАН и опирается на метод математического моделирования [24, гл. 3], а второй подход предложен группой канадских и британских исследователей и основан на применении метода DEA–АСФ [91].

Однако сначала приведем краткие сведения об иерархиях.

1.3.1 Определение иерархии и роль иерархических систем

Формальные и качественные определения иерархии предлагались разными исследователями. На наш взгляд, удачное определение приведено в работе [60, с. 87–88]. В ней предлагается рассматривать иерархию как специальный тип упорядоченных множеств [60, с. 87].

Определение 1. Упорядоченным множеством называют любое множество S с бинарным отношением \leq , которое удовлетворяет законам рефлексивности, антисимметричности и транзитивности.

Рефлексивность: для всех x , $x \leq x$.

Антисимметричность: если $x \leq y$ и $y \leq x$, то $x = y$.

Транзитивность: если $x \leq y$ и $y \leq z$, то $x \leq z$.

Для любого отношения $x \leq y$ (читается: x предшествует y) такого типа можно определить $x < y$, что означает $x \leq y$ и $x \neq y$. Говорят, что y покрывает (доминирует) x , если $x < y$ и если $x < t < y$ невозможно ни для какого t .

Упорядоченные множества с конечным числом элементов могут быть удобно представлены направленным графом. Каждый элемент системы представлен вершиной так, что дуга направлена от a к b , если $b < a$.

Далее Т. Саати предлагает способ определения иерархии [60, с. 88]. Он вводит следующие обозначения: $x^- = \{y \mid x \text{ покрывает } y\}$ и $x^+ = \{y \mid y \text{ покрывает } x\}$ для любого элемента x в упорядоченном множестве.

Определение 2. Пусть H – конечное частично упорядоченное множество с наибольшим элементом b . H есть иерархия, если выполняются следующие условия:

- 1) существует разбиение H на подмножества L_k , $k = 1, \dots, h$, где $L_1 = \{b\}$;
- 2) из $x \in L_k$ следует, что $x^- \subset L_{k+1}$, $k = 1, \dots, h - 1$;
- 3) из $x \in L_k$ следует, что $x^+ \subset L_{k-1}$, $k = 2, \dots, h$.

Для каждого $x \in H$ существует такая весовая функция (сущность ее зависит от явления, для которого строится иерархия)

$$w_x : x^- \rightarrow [0, 1], \text{ что } \sum_{y \in x^-} w_x(y) = 1.$$

Множества L_k являются уровнями иерархии, а функция w_x есть *функция приоритета* элемента одного уровня относительно цели x .

Определение 3. Иерархия называется полной, если для всех $x \in L_k$ множество $x^+ = L_{k-1}$ при $k = 2, \dots, h$.

Т. Саати отмечает, что «несущественно, думаем ли мы, что иерархии внутренне присущи природе, как утверждают некоторые исследователи, либо мы просто используем их из-за ограниченной способности обрабатывать информацию. В любом случае они представляют собой очень эффективный способ исследования сложных проблем» [60, с. 93].

Значительный вклад в теорию иерархических систем внес М. Месарович. Прочитав его работу [35, с. 56]:

«Мы вводим три понятия уровней: а) уровень описания, или абстрагирования; б) уровень сложности принимаемого решения; в) организационный уровень. Для их различия введем следующие термины: «страта», «слой» и «эшелон». Термин «уровень» сохраним как родовой, относящийся к любому из этих понятий, когда нет необходимости в дальнейших уточнениях. Укажем также, что при описании реальных иерархических систем могут одновременно использоваться все три понятия: случай, когда применяется только одно из них, скорее исключение, нежели правило».

В качестве примера *стратифицированного описания* М. Месарович приводит модель электронной вычислительной машины, описанную на двух стратах. На первой страте система описывается на языке физических законов, управляющих работой и взаимодействием ее составных частей, в то время как на второй страте описание выполняется на основе абстрактных нефизических понятий, таких, как двоичные разряды или информационные потоки [35, с. 57].

Далее М. Месарович формулирует некоторые общие характеристики стратифицированного описания систем [35, с. 59–61].

1. *Выбор страт, в терминах которых описывается данная система, зависит от наблюдателя.* Однако для многих систем некоторые страты кажутся естественными, внутренне им присущими.

2. *Аспекты описания функционирования системы на различных стратах в общем случае не связаны между собой, поэтому принципы и законы, используемые для характеристики системы на любой страте, в общем случае не могут быть выведены из принципов, используемых на других стратах.* Например, принципы выполнения расчетов или программирования нельзя вывести из физических законов, лежащих в основе работы ЭВМ на нижней страте, и наоборот. Поэтому стратифицированное описание есть описание одной и той же системы с различных точек зрения.

3. *Существует асимметричная зависимость между условиями функционирования системы на различных стратах.* Это означает, что требования, предъявляемые к работе системы на любой страте, выступают как условия или ограничения деятельности на нижестоящих стратах.

4. *На каждой страте имеется свой собственный набор терминов, концепций и принципов.* Поэтому на любой данной страте поведение соответствующих систем изучается с точки зрения их внутреннего механизма и эволюции, в то время как их взаимодействие при образовании новой системы изучается на вышележащей страте. В результате отношение «объект–система» для описаний на различных стратах ведет к иерархии соответствующих языков описания.

5. Понимание системы возрастает при последовательном переходе от одной страты к другой: чем ниже мы спускаемся по иерархии, тем более детальным становится раскрытие системы, чем выше мы поднимаемся, тем яснее становится смысл и значение всей системы.

Следующее понятие иерархии – «слой». Оно относится к процессам принятия сложных решений. Сложная проблема принятия решения разбивается на семейство последовательно расположенных более простых подпроблем, так что решение всех подпроблем позволяет решить и исходную проблему. Такую иерархию М. Месарович называет иерархией слоев принятия решений, а всю систему принятия решений – многослойной системой (принятия решений) [35, с. 62– 63].

Третье понятие иерархии – «эшелон», относится к организационным иерархиям. Это понятие иерархии подразумевает, что: 1) система состоит из семейства четко выделенных взаимодействующих подсистем; 2) некоторые из подсистем являются принимающими решения (решающими) элементами и 3) принимающие решения элементы располагаются иерархически в том смысле, что некоторые из них находятся под влиянием или управляются другими решающими элементами [35, с. 68].

Уровень в такой системе называется *эшелон*. Эти системы М. Месарович называет также многоэшелонными, многоуровневыми или многоцелевыми в связи с тем, что различные входящие в систему элементы, обладающие правом принятия решения, имеют обычно «конфликтные» (т. е. противоречащие одна другой) цели. Он отмечает, что это противоречие целей является не только побочным результатом эволюции и объединения различных подсистем в одну систему, а более того, что оно (в некотором смысле и до некоторой степени) даже необходимо для эффективного управления системой в целом [35, с. 68]. Далее в цитируемой работе [35] подчеркивается, что *«для эффективного использования многоуровневой структуры существенно, чтобы элементам принятия решения была предоставлена некоторая свобода действий; должно быть проведено рациональное распределение усилий по принятию решений между элементами различных уровней. Только при этом условии будет оправдано само существование иерархии»* [35, с. 69].

Авторами работы [35] предлагается следующая классификация систем: а) *одноуровневые одноцелевые системы*, б) *одноуровневые многоцелевые системы*, в) *многоуровневые многоцелевые системы*.

В завершение приведем перечень общих черт, относящихся к задачам и ролям подсистем [35, с. 74–75].

1. Элемент верхнего уровня имеет дело с более крупными подсистемами или с более широкими аспектами поведения системы в целом.

2. Период принятия решений для элемента верхнего уровня больше, чем для элементов нижних уровней.

3. Элемент верхнего уровня имеет дело с более медленными аспектами поведения всей системы.

4. Описания и проблемы на верхних уровнях менее структурированы, содержат больше неопределенностей и более трудны для количественной формализации.

Теме иерархических систем посвящен целый ряд работ других исследователей. Например, интересные идеи, касающиеся иерархий в природе, изложены в работе [74], иерархия эпистемологических уровней систем предложена в работе [28], теоретико-игровой подход к синтезированию оптимальных иерархических структур выдвинут в работе [11].

Ярким примером иерархий являются современные операционные системы: иерархическую структуру имеют их файловые системы, такую структуру имеют таблицы страниц в подсистеме распределения памяти и т. д. [66, 69]. В сфере информационных технологий есть еще один хороший пример – это иерархии классов в объектно-ориентированных языках программирования, например, в языке C++ [67].

1.3.2 Подход на основе метода математического моделирования

Авторы этого подхода, предложенного в Институте прикладной математики РАН [24, гл. 3], ставят вопрос о том, как определить эффективность деятельности иерархической системы, как она зависит от числа элементов и числа уровней в ней. Они предлагают ряд предположений и наглядных гипотез, позволяющих получить простые количественные соотношения.

Рассмотрение начинается с системы, в которой есть только один уровень и элементы которой независимы. Пусть эффективность деятельности каждого элемента характеризуется некоторой величиной s_i , $i = 1, \dots, p$, где p – число элементов. Например, в случае системы вузов это может быть число полноцен-

ных специалистов, выпускаемых некоторым вузом, элементы такой системы – институты и университеты. Пусть элементы одинаковы. Тогда эффективность деятельности всего множества из p элементов – S_p равна

$$S_p = ps.$$

Это означает, что увеличение числа одинаковых не взаимодействующих элементов ведет к экстенсивному росту, т. е. наблюдается линейная зависимость эффективности системы от числа элементов.

Авторы отмечают, что специализация и разделение труда между элементами системы должны приводить к интенсивному росту, т. е. к достаточно резкому повышению эффективности работы целого, а, следовательно, к нелинейной зависимости эффективности от численности элементов.

Поскольку, в доступной авторам рассматриваемого подхода литературе практически отсутствовали количественные данные, характеризующие взаимосвязь структуры высшей школы государства с ее эффективностью, то они предлагают рассмотреть эту зависимость на примере такой системы, как вооруженные силы. В качестве простейшей зависимости, не учитывающей детали структуры, для двухуровневой системы предлагается такая формула:

$$S_{q,r} = (s_1q + b_1) \times (s_2r + b_2) - b_1b_2. \quad (1.7)$$

В этой формуле q – количество элементов на первом уровне; s_1 – эффективность деятельности каждого из элементов первого уровня в отсутствие остальных; r – количество элементов на втором уровне; s_2 – эффективность деятельности каждого из элементов второго уровня в отсутствие остальных. Если допустить, что одного из уровней нет, тогда $q = 0$, но, тем не менее, система продолжает работать. Эту ситуацию формула (1.7) будет описывать, если b_1 и b_2 – коэффициенты порядка единицы. Предполагается также, что $s_1 \gg b_1$, $s_2 \gg b_2$, чтобы в случае одного уровня зависимость была близка к линейной. Ко-

гда в системе нет элементов, $q = z = 0$, то естественно требовать, чтобы $S_{0,0} = 0$. Выполнение этого равенства и обеспечивает последнее слагаемое в формуле (1.7).

Типичные интерпретации формулы (1.7), предлагаемые авторами рассматриваемого подхода, таковы. В случае системы вузов наличие университетского уровня позволяет повысить стандарты технического образования, благодаря привлечению выпускников университета для преподавания базовых фундаментальных курсов, а также внедрения новых подходов, идущих от академической науки. С другой стороны, наличие сети технических вузов не менее важно для университетов, поскольку и для фундаментальной науки, и для прикладной, «социальный заказ», идущий от инженеров, очень важен.

В вооруженных силах наличие офицерского корпуса резко повышает боеспособность армии и придает ей свойства, которыми система, лишенная структуры, не обладает.

В результате обобщения соотношение (1.7) на систему из n уровней, предлагается формула:

$$S_{p_1, \dots, p_n} = (s_1 p_1 + b_1) \times \dots \times (s_n p_n + b_n) - b_1 \dots b_n. \quad (1.8)$$

На основе аналогичного соотношения авторы этого подхода и предлагают определять эффективность деятельности рассматриваемых иерархических систем.

Наличие иерархии должно давать системе преимущества, иначе можно было бы обойтись линейной (одноуровневой) структурой. Например, в армии можно было бы иметь только рядовых или только генералов. Видимо, должно существовать некоторое соотношение численности различных уровней $(\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n)$, при котором эффективность выше, чем в том случае, когда все элементы сосредоточены на одном уровне.

Поскольку авторов интересует, как изменение структуры влияет на эффективность деятельности системы, то накладывается следующее условие – общее число ее элементов должно быть постоянно:

$$\sum_{i=1}^n p_i = P. \quad (1.9)$$

Используя эти обозначения, далее предлагается записать условие эффективности иерархии, делающее оправданным ее существование, в виде системы неравенств:

$$\begin{aligned} S_{\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n} &\geq S_{P, 0, \dots, 0}; & S_{\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n} &\geq S_{0, P, 0, \dots, 0}; & (1.10) \\ & & \dots & & \\ S_{\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n} &\geq S_{0, 0, \dots, P, 0}; & S_{\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n} &\geq S_{0, 0, \dots, P}. \end{aligned}$$

Требуется найти структуру, т. е. вектор $(\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n)$, при которой действия системы наиболее эффективны. Для этого предлагается решить экстремальную задачу:

$$\max_{\{p_1, \dots, p_n\}} S_{p_1, \dots, p_n}$$

при ограничении (1.10).

Предлагается следующая геометрическая интерпретация этой задачи и соотношений (1.9) и (1.10). Рассматривается пространство $\{p_1, \dots, p_n\}$, в котором условием (1.9) определяется гиперплоскость. Она пересекает координатные оси в положительном квадранте в точках $(P, 0, \dots, 0)$, $(0, P, \dots, 0)$, \dots , $(0, 0, \dots, P)$. Поскольку коэффициенты s_i , b_i положительны, то общая эффективность, вычисленная по формуле (1.8), будет возрастать при движении вдоль луча, проведенного из начала координат. Поэтому экстремум функционала S следует ис-

кать на границе или внутри «многоугольника» с вершинами в точках $(P, 0, \dots, 0)$, $(0, P, \dots, 0)$, \dots , $(0, 0, \dots, P)$. Эти точки соответствуют вырожденному виду иерархии, когда в иерархической системе остается только один уровень. Неравенства (1.10) означают, что экстремум достигается не в вершинах этого «многоугольника». На этом основании авторы рассматриваемого подхода заключают, что существование нескольких уровней оправданно.

Далее ставится следующий вопрос: какова максимальная эффективность рассматриваемой структуры?

Формула (1.8) теперь представляется в виде

$$S_{p_1, \dots, p_n} = s_1 \dots s_n \left(p_1 + \frac{b_1}{s_1}\right) \times \dots \times \left(p_n + \frac{b_n}{s_n}\right) - b_1 \dots b_n. \quad (1.11)$$

Из неравенства Коши–Буняковского следует, что

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(p_i + \frac{b_i}{s_i}\right) \geq \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n \left(p_i + \frac{b_i}{s_i}\right)}. \quad (1.12)$$

В формуле (1.12) равенство достигается, когда сомножители в соотношении (1.11) равны

$$p_1 + \frac{b_1}{s_1} = \dots = p_n + \frac{b_n}{s_n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(p_i + \frac{b_i}{s_i}\right) = \frac{1}{n} \left(p + \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{s_i}\right) \equiv \bar{a}.$$

Здесь использовалось равенство (1.9).

Следовательно, максимальная эффективность системы определяется соотношением

$$S_{\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n} = s_1 \dots s_n \bar{a}^n - b_1 \dots b_n.$$

В окрестности точки $(\tilde{p}_1, \dots, \tilde{p}_n)$, имея в виду разложение в ряд Тейлора, предлагается воспользоваться более простым линейным функционалом

$$S_{\tilde{p}_1 + \Delta p_1, \dots, \tilde{p}_n + \Delta p_n} = S_{\tilde{p}_1, \dots, \tilde{p}_n} \sum_{i=1}^n \frac{s_i D}{(s_i \tilde{p}_i + b_i)} \Delta p_i,$$

где $D = \prod_{i=1}^n \left(\tilde{p}_i + \frac{b_i}{s_i} \right)$.

Этим более простым линейным функционалом авторы рассматриваемого подхода к оценке эффективности иерархических систем и предлагают пользоваться в дальнейшем. Стратегию повышения эффективности функционирования системы они предлагают выразить так: следует действовать в соответствии с методом градиентного спуска. Это означает, что чем больший вклад вносит данный уровень в работу системы, тем большую долю ресурса ему следует выделить, взяв ее у менее эффективных уровней.

1.3.3 Подход на основе метода DEA–АСФ

Данный подход предложен группой канадских и британских исследователей [91]. Основным отличительным качеством этой методики является возможность получения оценок эффективности на всех уровнях иерархии, откорректированных с учетом эффективности вышестоящих подсистем.

В рассматриваемой статье приводятся модели как для двухуровневой, так и для многоуровневой иерархий. С целью повышения наглядности изложения приведем только модель для двухуровневой системы, поскольку модель для многоуровневой системы строится аналогично.

Авторы вводят следующие обозначения [91]:

K – число объектов на втором уровне иерархии (т. е. число групп, состоящих из объектов первого уровня);

k – индекс объекта на втором уровне иерархии;

j_k – индекс объекта первого уровня иерархии, который входит в k -ю группу на втором уровне иерархии;

$Y_{kj_k}(1), X_{kj_k}(1)$ – выходы и входы объектов первого уровня иерархии;

$Y_k^1(2), X_k^1(2)$ – выходы и входы объектов второго уровня иерархии, которые получены путем агрегирования (суммирования) значений показателей, используемых для оценки эффективности объектов первого уровня иерархии;

$Y_k^2(2), X_k^2(2)$ – выходы и входы объектов второго уровня иерархии, которые не используются для оценки эффективности объектов на первом уровне иерархии.

Пусть $\nu(1), \mu(1)$ и $\nu(2), \mu(2)$ – коэффициенты задачи линейного программирования, связанные с $Y_k^1(2), X_k^1(2)$ и $Y_k^2(2), X_k^2(2)$ соответственно.

При построении модели учитываются следующие ограничения:

1) при оценке эффективности объекта первого уровня иерархии необходимо обеспечить, чтобы он сопоставлялся только с объектами из той же группы (т. е. в рамках одного объекта второго уровня иерархии);

2) объекты второго уровня иерархии *не должны* участвовать в оценке объектов первого уровня иерархии;

3) объекты первого уровня иерархии *должны* участвовать в оценке объектов второго уровня иерархии.

Для моделей метода DEA–АСФ, приведенных в п. 1.2.5 диссертации, могут быть построены двойственные модели. Такие модели и используется авторами рассматриваемой статьи [91]. Модель для оценки объектов на втором уровне иерархии выглядит так:

$$\max e_0 = \mu^T(1)Y_0^1(2) + \mu^T(2)Y_0^2(2) \quad (1.13)$$

$$\nu^T(1)X_0^1(2) + \nu^T(2)X_0^2(2) + Mw(2) = 1, \quad (1.14)$$

$$\mu^T(1)Y_k^1(2) + \mu^T(2)Y_k^2(2) - \nu^T(1)X_k^1(2) - \nu^T(2)X_k^2(2) - w(2) \leq 0, \quad (1.15)$$

$$k = 1, \dots, K$$

$$\mu^T(1)Y_{j_k}(1) - \nu^T(1)X_{j_k}(1) - w_k(1) \leq 0, \quad j_k \in J_k, k = 1, \dots, K, \quad (1.16)$$

$$w(2) - w_k(1) \geq 0, \quad k = 1, \dots, K, \quad (1.17)$$

$$\mu(1), \mu(2), \nu(1), \nu(2) \geq \varepsilon, \quad (1.18)$$

$$w_k(1), w(2) \geq 0, \quad \forall k. \quad (1.19)$$

Модель для оценки объектов на первом уровне иерархии выглядит так:

$$\max e_0 = \mu^T(1)Y_0(1) \quad (1.13')$$

$$\nu^T(1)X_0(1) + Mw_0(1) = 1, \quad (1.14')$$

(1.15), (1.16), (1.17), (1.18), (1.19).

Таким образом, различаются только целевые функции и первое ограничение, а остальные ограничения остаются теми же.

Здесь M – большое положительное число, а ε – бесконечно малое положительное число. В ограничении (1.16) J_k обозначает индексное множество объектов первого уровня иерархии, содержащихся в k -ой группе (т. е. в объекте второго уровня иерархии). Обозначение $Y_0^1(2)$ в (1.13) отражает агрегированный объем выпуска, производимого объектами первого уровня, содержащимися в k -ой группе при $k = "0"$ (т. е. для оцениваемого объекта второго уровня иерархии). В (1.13') обозначение $Y_0(1)$ отражает выпуск для конкретного объекта первого уровня иерархии, находящегося в конкретной группе второго уровня иерархии, т. е. $(j_k, k) = "0"$. С помощью переменных $w_k(1)$ и $w(2)$ определенные объекты могут быть включены в анализ или исключены из него. В (1.14') переменная $w_0(1)$ относится к конкретной группе второго уровня иерархии, в которой находится оцениваемый объект первого уровня иерархии (т. е. $k = "0"$). По-

этому всем объектам из конкретной k -ой группы будет назначена одна и та же переменная $w_0(1)$.

Далее в статье [91] предлагается механизм для корректировки значений показателей эффективности объектов первого уровня иерархии (которые были рассчитаны на основе только внутригруппового анализа) с учетом значений показателей эффективности тех групп, в которые входят эти объекты.

Шаг 1. Устранение межгрупповых различий.

$$f_{kj_k} = \frac{e_{kj_k}}{\bar{e}_k}, \quad \bar{e}_k = \frac{\sum_{j_k \in J_k} e_{kj_k}}{|J_k|},$$

где $|J_k|$ – число элементов множества J_k .

Шаг 2. Корректировка с учетом второго уровня иерархии.

$$g_{kj_k} = f_{kj_k} \times e_k,$$

где e_k – значение показателя эффективности группы, в которую входит оцениваемый объект первого уровня иерархии.

Шаг 3. Перевод полученного значения показателя эффективности в диапазон $[0, 1]$.

$$h_{kj_k} = g_{kj_k} \times R,$$

где R должно быть таким, чтобы выполнялись условия $h_{kj_k} \leq 1$ и $\max_{k, j_k} \{h_{kj_k}\} = 1$.

Следовательно,

$$R = \min_{k, j_k} \left\{ \frac{1}{g_{kj_k}} \right\}.$$

Полученные значения обладают двумя важными свойствами.

1. Для всех объектов первого уровня откорректированные значения показателей эффективности $h_{kj_k} \leq 1$ и хотя бы для одного объекта $h_{kj_k} = 1$.

2. Средние внутригрупповые значения \bar{h}_k таковы, что

$$\frac{\bar{h}_{k_1}}{\bar{h}_{k_2}} = \frac{e_{k_1}}{e_{k_2}},$$

где \bar{h}_{k_1} и \bar{h}_{k_2} – средние значения показателей эффективности объектов первого уровня иерархии, входящих в группы (объекты второго уровня иерархии) k_1 и k_2 ; e_{k_1} и e_{k_2} – значения показателей эффективности групп (т. е. объектов второго уровня иерархии).

1.4 Обобщение и формулирование задач исследования

Обобщая материал, представленный в разделе 1 диссертации, необходимо, на наш взгляд, предложить некоторые основания для классификации основных понятий и категорий, которыми оперирует теория эффективности. Конечно, примеры таких классификаций в литературе имеются (см. например, [34, 49, 50, 89, 92]), но, нам кажется, имеет смысл объединить все эти частные классификации в единую систему. Не претендуя на полноту и завершенность этого перечня, попытаемся свести воедино известные нам базовые термины и понятия, не давая их детальных расшифровок. Итак, основаниями классификации могут служить [44]:

– сферы исследования эффективности: экономика, техника, биология, социальная сфера и т. д. Этот признак важен в силу специфики исследования эффективности в каждой сфере. Например, в технических системах эффектив-

ность неразрывно связана с надежностью [49], которая относительно легко поддается формализации, а в социальных системах существует связка «эффективность–справедливость», которую трудно (если вообще возможно) формализовать;

- виды эффективности: целевая, технологическая (техническая), экономическая [34], распределительная [89, 92], масштабная [89, 92], потенциальная [75];

- типы систем по структуре (она влияет на особенности применяемых методов исследования): дискретные (корпускулярные), жесткие, компенсационные [33], иерархические;

- способы представления цели (целевой области): точка, область (например, выпуклая оболочка);

- степень формализации показателей эффективности: легко формализуемые (в технике), трудно формализуемые (в социальной сфере);

- виды критериев и показателей эффективности: индивидуальные, частные, обобщенные, интегральные;

- типы получаемых оценок эффективности по степени детерминированности: точечные, интервальные, нечеткие, вероятностные;

- типы получаемых оценок эффективности по степени агрегированности: индивидуальные (для отдельных объектов), агрегированные (для групп объектов) [103];

- принцип оценки эффективности: пригодность, оптимальность, адаптивность [49, 50].

Инструментарий, применяемый для исследования эффективности, на наш взгляд, можно разделить на три уровня [3; 44]:

- базовый инструментарий: теория множеств, теория графов, математическое программирование, теория дифференциальных уравнений, статистические методы и др. [49, 50, 59, 62, 64];

– специализированные методы исследования эффективности, которые строятся на основе инструментария первого уровня (например, теория производственных функций [27], имитационное моделирование [18, 49, 50]);

– макроинструменты (методики, объединяющие в себе различные инструменты первых двух уровней).

Выбор инструментария определяется решаемой задачей и уровнем сложности исследуемой системы. Всестороннее исследование эффективности сложной системы – нетривиальная задача, поэтому для ее решения, как правило, используются специализированные методики. Примеры таких методик (подходов) были рассмотрены в п. п. 1.3.2, 1.3.3.

В методике, предложенной в работе [24, гл. 3], используется несколько упрощенный показатель эффективности. Его роль играет скаляр, который представляет собой объем одного вида продукции, вырабатываемой в подсистемах иерархической системы. Ресурсы, используемые системой, в явном виде не включены в рассмотрение. Таким образом, о структуре входных и выходных переменных (как если бы это были векторы) речь не идет. Рекомендации по перераспределению ресурсов не сформулированы в форме алгоритма, а носят достаточно обобщенный характер.

Методика, предлагаемая в работе [91], являясь хорошим инструментом для проведения оценки достигнутого уровня эффективности в исследуемой системе, не позволяет дать для нее каких-либо прогнозов относительно эффективности в будущие периоды и предложить рекомендации по перераспределению ресурсов в системе с целью повышения ее эффективности. Методика предлагает механизм корректировки значений показателей эффективности объектов на различных уровнях иерархии с учетом эффективности групп, в которые входят эти объекты (т. е. с учетом эффективности вышестоящих объектов). Однако не предложено способа определения интегральной внутренней эффективности всей иерархической системы. Такой показатель мог бы отражать эффективность всех подсистем сложной многоуровневой системы.

При оценке эффективности сложной системы, имеющей иерархическую структуру, возникает проблема оценки эффективности подсистем на различных уровнях иерархии, а также проблема агрегирования оценок эффективности отдельных объектов в единую оценку эффективности системы. Решения проблемы агрегирования оценок эффективности для одноуровневых экономических систем были предложены в работах [86, 103]. Основная идея предложенного в работе [103] способа агрегирования оценок эффективности такова: использовать взвешенное среднее оценок эффективности отдельных объектов, а весовые коэффициенты объектов определять, исходя из долей каждого объекта в совокупном доходе группы объектов (отрасли), а также долей объектов в использовании ресурсов и в производстве каждого вида продукции. В результате учитывается экономическая значимость объекта при определении его вклада в агрегированную (интегральную) оценку эффективности всей группы объектов.

Таким образом, представляется необходимой разработка формализованной методики исследования эффективности иерархических систем, которая восполняла бы отмеченные недостатки вышеописанных методик. В основу этой методики должен быть положен какой-то метод оценки эффективности, относящийся (по нашей классификации) к среднему уровню общности.

На основе анализа существующих методов, представленных в п. 1.2 настоящей диссертации, нами был сделан выбор в пользу метода DEA–АСФ. Кроме тех достоинств метода, которые были перечислены в п. 1.2.5, отметим также простоту интерпретации полученных результатов, что повышает доверие ЛПР к данному методу.

Еще одним доводом в пользу построения методики на основе метода DEA–АСФ может служить следующая мысль Б. С. Флейшмана: «Возможны два количественных подхода при исследовании сложных систем. Один из них состоит в построении отдельных моделей, приближающихся по сложности к оригиналам. Здесь адекватность модели объекту достигается за счет понижения общности результатов. Основной преградой на пути этого подхода является так называемое «проклятие многомерности». Второй подход состоит в построении

широких классов простых моделей, описывающих отдельные качества сложных систем. Здесь общность результатов достигается за счет неадекватности модели объекту, носящей оценочный характер. Теория потенциальной эффективности сложных систем использует второй из указанных подходов» [75, с. 200]. Таким образом, идея использования простых моделей метода DEA–АСФ на всех уровнях иерархической системы, предложенная в работе [91], по нашему мнению, является конструктивной.

Традиционные модели метода DEA–АСФ позволяют получить показатель только *относительной* эффективности объектов путем сравнения их друг с другом. Это ограничение метода усложняет задачу построения методики исследования эффективности иерархических систем. В частности, в рассмотренной методике, описанной в работе [91], возникала необходимость в пересчете значений показателей эффективности с поправкой на уровень эффективности вышестоящих подсистем. Преодоление указанного ограничения позволило бы повысить достоверность полученных показателей эффективности как подсистем, так и иерархической системы в целом. Решению этой задачи посвящен раздел 2 настоящей диссертационной работы.

1.5 Выводы

По результатам изучения источников и проведенного анализа можно сформулировать следующие выводы.

1. Рассмотрены методы оценки эффективности, применяемые в широком диапазоне предметных областей и типов систем, выявлены их сильные и слабые стороны.

2. Из многообразия существующих методик исследования эффективности иерархических систем представлены в диссертации и проанализированы две наиболее характерные, на наш взгляд, методики. Одна из них построена на базе

метода DEA–АСФ. Обоснована целесообразность разработки новой методики, которая была бы лишена недостатков описанных методик и обладала преимуществами по сравнению с ними.

3. Предложено использовать метод DEA–АСФ в качестве основы для разработки методики исследования эффективности сложных иерархических систем. Использование данного метода в качестве базового представляется оправданным, поскольку он имеет целый ряд преимуществ в сравнении с другими методами оценки эффективности.

4. Поставлена задача модификации метода DEA–АСФ с целью повышения достоверности получаемых значений показателей эффективности.

2 Модификация метода DEA–АСФ

В разделе 1 было показано, что метод DEA–АСФ в своей традиционной форме позволяет получить показатель только *относительной* эффективности объектов путем сравнения их друг с другом. Преодолеть это ограничение вряд ли возможно без использования экспертных знаний. Но привлечение экспертов сопряжено с увеличением доли субъективизма в полученных выводах. Следовательно, необходимо направить усилия на минимизацию уровня субъективности за счет формализации всех этапов проведения экспертной оценки.

В п. 2.1 содержится введение в проблему использования искусственных эталонных границ эффективности.

2.1 Искусственные эталонные границы эффективности в методе DEA–АСФ

Поскольку метод DEA–АСФ позволяет получить показатель только *относительной* эффективности объектов, то объекты, находящиеся на границе эффективности, также могут улучшить результаты своей работы. Поэтому ранее уже предлагалось формировать искусственную границу эффективности в качестве теоретического эталона для реальных объектов [107, 108]. В работах [107, 108] такая граница называлась «практической границей» (practical frontier). Подход, предложенный в этих работах, имел следующие основные особенности:

– в качестве механизма для формирования искусственных объектов используются модели самого метода DEA–АСФ с некоторыми модификациями, однако эксперты указывают возможные диапазоны изменений значений пока-

зателей функционирования эффективных объектов, которые (изменения) позволили бы добиться еще большей их эффективности;

- в качестве «исходного материала» для формирования искусственных объектов используются реальные объекты, эффективность которых равна единице;

- число искусственных объектов равно числу реальных объектов, эффективность которых равна единице;

- каких-либо формальных требований к качеству сформированной искусственной (практической – в терминах Т. Sowlati и J. C. Paradi) границы не предъявляется.

В работе [106] Т. Sowlati и J. C. Paradi уточнили некоторые детали своего подхода, но принципиально он остался прежним.

Добавим, что описанный подход нельзя использовать, когда требуется оценить эффективность всего одного объекта (т. е. когда число объектов в группе равно 1). В таком случае неизбежно обращение к экспертным знаниям с целью построения искусственной эталонной границы эффективности.

В развитие идеи формирования искусственной границы эффективности в работах [38, 39] было предложено следующее:

- во-первых, искусственные границы эффективности предлагалось формировать с помощью экспертов, на основе информации, внешней по отношению к исследуемым объектам. Для этого были предложены алгоритмы, облегчавшие работу экспертов по построению многомерной искусственной эталонной границы эффективности. Подчеркнем, что сформировать искусственную границу эффективности означает – сформировать матрицы входов X и выходов Y для совокупности объектов, которые будут служить в качестве *эталонных объектов*. Этого достаточно, поскольку выпуклая оболочка в многомерном пространстве полностью определяется своими крайними точками, а все остальные точки могут быть выражены в виде выпуклых линейных комбинаций крайних точек [68];

– во-вторых, было предложено формировать не одну такую границу, а целый ряд границ, выполняющих функции разделяющих поверхностей в пространстве входов/выходов объектов.

Таким образом, появилась возможность использовать принципы многомерной классификации для разбиения совокупности многомерных объектов на классы, однородные в смысле эффективности. Основная идея предложенного в работе [39] подхода заключается в использовании метода DEA–АСФ в качестве механизма для непосредственного проведения классификации сложных объектов в многомерном пространстве входных и выходных переменных, в котором предварительно строятся разделяющие поверхности (границы эффективности), имеющие форму выпуклых оболочек (или выпуклых конусов), вложенных одна в другую. Такая форма искусственной границы объясняется особенностями компенсационных систем и соответствует идеологии метода DEA–АСФ. Внешнюю оболочку (или конус), построенную экспертами, можно с некоторой долей условности считать «абсолютной» границей эффективности (или границей потенциальной эффективности).

На наш взгляд, применение классификации объектов в подсистемах иерархической системы с использованием нескольких искусственных границ эффективности полезно в тех случаях, когда при одинаковом значении показателя эффективности θ (или φ) у двух и более объектов, рассчитанного относительно «главной» (внешней) границы, объекты могут попасть в разные классы эффективности вследствие особенностей конфигурации вложенных границ эффективности. Особенности конфигурации могут быть вызваны различным уровнем важности переменных, описывающих исследуемые объекты. Например, при исследовании вузов возможна ситуация, когда соотношение числа профессоров и числа доцентов в вузе равно 1 : 10, а возможна и ситуация, когда это соотношение равно 1 : 3. Ясно, что в первом случае относительная «ценность» профессора выше, чем во втором случае. Этот факт и может быть отражен путем соответствующей деформации искусственной границы эффективности.

В ситуации, показанной на рисунке 2.1, при вычислении показателя эффективности с ориентацией на выход объекты A и B имеют одинаковые значения показателя эффективности φ , но относятся к различным классам эффективности.

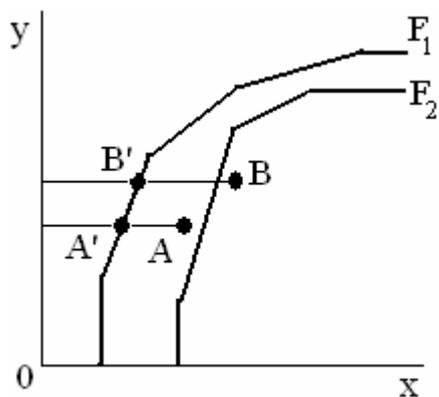


Рисунок 2.1 – Пример применения классификации

В результате применения классификации может быть повышена наглядность представления результатов исследования эффективности для ЛПР [3].

Таким образом, можно увидеть, что имеется некоторое сходство между теорией потенциальной эффективности и модифицированным методом DEA–АСФ, расширенным за счет использования искусственных границ эффективности. Для определения значений фундаментальных переменных, ограничивающих предельную эффективность реальных технических и биологических систем, в теории потенциальной эффективности предлагается использовать законы и закономерности, полученные в различных областях науки (например, в теории информации [74, 75]). Представляется целесообразным попытаться определить аналогичные фундаментальные переменные, имеющие характер, условно говоря, предельных величин, и для различных классов социально-экономических систем. Это позволит повысить обоснованность конкретных искусственных границ эффективности и, как следствие, уменьшит степень субъективности при использовании таких границ в методе DEA–АСФ [48].

При использовании экспертных оценок важным этапом является получение обобщенной оценки на основе индивидуальных оценок экспертов. Однако в известных работах, в частности, [39, 106–108], не было предложено механизма для обобщения мнений экспертов с целью интегрирования их оценок в единую оценку. Решению этой задачи и будут посвящены следующие параграфы раздела 2 диссертационной работы.

2.2 Обзор методов обработки экспертных оценок

Исследованию и применению методов экспертных оценок посвящена довольно обширная литература (см., например, [6, 9, 13; 17, 32]). Различные литературные источники рекомендуют примерно один и тот же набор этапов (или работ) при проведении экспертных оценок. Возьмем за основу перечень этапов, предлагаемый в работе [13].

1. Подбор экспертов и формирование экспертных групп.
2. Формирование вопросов и составление анкет.
3. Формирование правил определения суммарных оценок на основе оценок отдельных экспертов.
4. Работа с экспертами.
5. Анализ и обработка экспертных оценок.

Опишем основные подходы к проведению перечисленных этапов. Самыми важными с точки зрения целей нашего исследования будут следующие этапы: формирование правил определения суммарных оценок на основе оценок отдельных экспертов; анализ и обработка экспертных оценок.

Подбор экспертов и формирование экспертных групп. При формировании экспертной группы важно правильно определить число экспертов, входящих в нее. При этом следует учитывать, что при слишком малой численности группы теряется смысл ее формирования, поскольку тогда на итоговую оценку

будет оказывать слишком большое влияние мнение каждого эксперта (а значит, и ошибки или погрешности, допускаемые каждым экспертом). При слишком большой численности экспертов, напротив, влияние каждого эксперта на итоговую оценку может практически сойти на нет, что также плохо. При этом возникает и проблема поиска большого числа высококвалифицированных специалистов, возникают проблемы координации их действий, а также оплаты их труда. При подборе экспертов учитывают их специализацию, чтобы в группе были представлены специалисты во всех областях, по которым требуется дать экспертную оценку [13, с. 235–236].

Формирование вопросов и составление анкет. Одними из главных требований на этом этапе являются [13, с. 238]:

- независимость формирования экспертами собственного мнения об оцениваемых событиях;
- логическое соответствие структуры вопросов структуре исследуемого объекта;
- предоставление экспертам всей требуемой информации.

Формирование правил определения суммарных оценок на основе оценок отдельных экспертов. Для получения суммарной оценки на основе индивидуальных оценок отдельных экспертов чаще всего используются медианная, среднеарифметическая и среднегеометрическая оценки [13, с. 239].

Для получения медианной оценки сначала упорядочивают индивидуальные оценки экспертов (например, по возрастанию), а затем определяют результирующую оценку. При нечетном числе экспертов N в качестве результирующей оценки X_m выбирают оценку с номером $N_m = \frac{N+1}{2}$, а при четном числе экспертов N результирующую оценку X_m вычисляют таким образом:

$$X_m = \frac{X_1 + X_2}{2},$$

где X_1 и X_2 – это индивидуальные оценки с номерами $N_1 = \frac{N}{2}$ и $N_2 = \frac{N}{2} + 1$ соответственно.

Недостатком медианной оценки является то, что она чувствительна к изменению численности экспертной группы, а также то, что при ее определении не используются все индивидуальные оценки. Положительным ее свойством является то, что крайние оценки (т. е. чрезмерно большие или чрезмерно малые) не оказывают на нее решающего значения.

При использовании среднеарифметической оценки [13, с. 241] может быть учтена степень компетентности экспертов (взвешенная среднеарифметическая оценка):

$$X_{cp} = \frac{\sum_{j=1}^P h_j x_j}{\sum_{j=1}^P h_j},$$

где P – число экспертов, h_j – степень компетентности j -го эксперта, x_j – индивидуальная оценка, данная j -м экспертом. Если коэффициенты компетентности экспертов являются нормированными величинами, т. е.

$$\sum_{j=1}^P h_j = 1,$$

тогда взвешенная среднеарифметическая оценка будет определяться по формуле [17, с. 67]:

$$X_{cp} = \sum_{j=1}^P h_j x_j.$$

При равном уровне компетентности экспертов получаем невзвешенную (обычную) среднеарифметическую оценку:

$$X_{cp} = \frac{\sum_{j=1}^P x_j}{P}.$$

При расчете среднеарифметической оценки используются все индивидуальные оценки.

Еще один тип оценок – средняя геометрическая, которая вычисляется таким образом [13, с. 240]:

$$X_{cp} = \sqrt[P]{\prod_{j=1}^P x_j}.$$

В средней геометрической оценке менее сильно, чем в средней арифметической, сказывается влияние экстремальных значений (из-за наличия корня степени P) [13, с. 240].

Скажем несколько слов об определении степени компетентности экспертов. Предложены различные способы для решения этой задачи (см., например, [6, 13, 17, 32]). В ряде случаев степень компетентности экспертов определяется до начала их опроса по проблеме. Для этого используется как оценка экспертов по тем или иным формальным критериям, так и взаимная оценка экспертами друг друга [17]. Существуют рекуррентные процедуры определения этих показателей уже непосредственно в процессе обработки полученных индивидуальных оценок. В этом случае при многократном пересчете значений степени компетентности экспертов также многократно пересчитывается и результирующая оценка [17, с. 68–72]. Но также есть и мнение, что необходимо стремиться к тому, чтобы сформировать группу из специалистов примерно равной (и при этом, естественно, высокой) квалификации и использовать невзвешенные оценки.

Работа с экспертами. На данном этапе осуществляется непосредственная работа с экспертами, заключающаяся в получении от них требуемых оценок.

Анализ и обработка экспертных оценок. Среди способов оценки степени согласованности мнений экспертов выделим лишь те, которые могут быть полезными с точки зрения нашего исследования. Во-первых, это дисперсия оценок, т. е. их разброс относительно средней, или обобщенной оценки [13, с. 248]:

$$D = \frac{\sum_{j=1}^P (x_j - X_{cp})^2}{P},$$

где P – число экспертов, x_j – индивидуальная оценка, данная j -м экспертом, X_{cp} – результирующая оценка.

Если число экспертов не более 30, то в работе [6; с. 115, 122] рекомендуется делить сумму квадратов отклонений не на P , а на $P - 1$ при определении дисперсии.

Вторым показателем, характеризующим разброс индивидуальных оценок, является вариационный размах R [6, с. 114], который определяется как разность между двумя крайними значениями оценок, данных экспертами:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

В [6, с. 123–125] вводится понятие противоречивости мнения эксперта k обобщенному мнению всех экспертов и для определения факта противоречивости предлагается использовать статистические методы: определять вероятность отклонение оценки, которую выдал k -й эксперт, от обобщенной оценки на некоторую заданную величину.

2.3 Предлагаемые алгоритмы обобщения индивидуальных экспертных оценок при формировании искусственных границ эффективности

Выше был представлен краткий обзор подходов к обработке экспертных оценок. Теперь нам необходимо перенести эти подходы в среду метода DEA–АСФ, но, поскольку он имеет определенную специфику, то осуществить механический перенос не представляется возможным. В данном случае в роли индивидуальных экспертных оценок выступают искусственные границы эффективности, сформированные отдельными экспертами. Напомним, что такие границы – это матрицы входных X и выходных Y переменных для всех N объектов, служащих в качестве эталонов. Таким образом, каждый эксперт формирует не разобщищенное множество точечных оценок, а жестко связанную конструкцию, которая является единым целым. В результате обобщения индивидуальных границ эффективности мы также должны получить конструкцию, аналогичную по своим свойствам этим индивидуальным границам, т. е. обобщенную границу эффективности, которую в дальнейшем можно было бы использовать в моделях метода DEA–АСФ для оценки эффективности реальных объектов. Например, если индивидуальные границы эффективности были построены в предположении постоянного эффекта масштаба и имеют форму выпуклого конуса, то и результирующая граница эффективности также должна быть выпуклым конусом.

Обстоятельством, осложняющим задачу обобщения индивидуальных границ эффективности, является тот факт, что в общем случае мы предполагаем, что каждый эксперт формирует матрицы входов X и выходов Y на основе *различного* числа точек, соответствующих эталонным объектам (т. е. в матрицах, сформированных различными экспертами, может быть различное число столбцов). Таким образом, проводить обобщение оценок для каждой точки невозможно, поскольку не будет существовать взаимно однозначного соответствия точек, сформированных одним экспертом, точкам, сформированным дру-

гим экспертом. Следовательно, необходимо каким-то образом проводить *обобщение областей* в многомерном пространстве, рассматривая каждую область (т. е. границу, сформированную одним экспертом) как единое целое. Однако для обобщения таких областей мы можем использовать принципы, которые применяются для усреднения точечных оценок.

Постановка задачи. Пусть сформирована группа из P экспертов p_k , $k = 1, \dots, P$. Уровни компетентности h_k всех экспертов должны быть определены заранее с помощью одного из известных методов (см., например, [17]). Эти уровни могут быть как одинаковыми, так и различными. Каждый эксперт p_k формирует свою искусственную границу эффективности, т. е. матрицу входов X_k размерности $K \times N_k$ и матрицу выходов Y_k размерности $M \times N_k$ для совокупности объектов $O_k = \{o_{ki}\}$, $i = 1, \dots, N_k$, которые будут служить в качестве *эталонных объектов*. Число строк во всех матрицах X_k одинаковое и равно числу входных переменных K . Число строк во всех матрицах Y_k также одинаковое и равно числу выходных переменных M . Однако число столбцов в этих матрицах в общем случае не является одинаковым, т. е. $N_k \neq \text{const}$ для всех $k = 1, \dots, P$, поскольку эксперты не обязаны формировать одинаковое число эталонных объектов. Исходим из того, что каждый эксперт *способен* сформировать искусственную границу эффективности (например, используя алгоритм, предложенный в работе [39], или способ, предложенный в п. 2.4.1 настоящей диссертационной работы). Требуется на основе индивидуальных экспертных границ эффективности сформировать обобщенную границу и определить ее качество. Решение поставленной задачи представлено в работах автора настоящей диссертации [42, 43].

Способ измерения расстояний в пространстве входов/выходов. Важным вопросом является выбор способа измерения расстояния от оцениваемых объектов (точек в многомерном пространстве) до границы эффективности. Использование евклидова расстояния не представляется возможным, т. к. при изменении единиц измерения численное значение расстояния изменится (например, при переходе от измерения какого-либо показателя в тоннах к измерению в килограммах). Показатель же эффективности θ (и также φ) в моделях метода

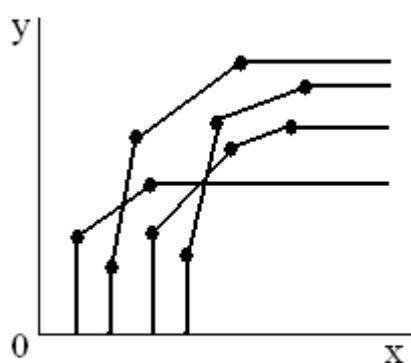
DEA–АСФ (1.3), (1.4), (1.5) и (1.6) является инвариантным к изменениям единиц измерения, т. е. при изменении единиц измерения значение показателя θ (и также φ) не изменится, что объясняется способом расчета этого показателя [92]. Добавим попутно, что для осуществления этого свойства инвариантности на практике необходимо принимать во внимание следующее: «Задача линейного программирования корректна, если коэффициенты ее целевой функции и ограничений измерены в шкале отношений» [32, с. 133]. Естественно, допустимо, чтобы эти коэффициенты были измерены в абсолютной шкале, т. е. более сильной [32, с. 134].

Показатель эффективности выражает степень близости точки к границе эффективности и является относительной безразмерной величиной, а не абсолютным расстоянием. Поэтому в качестве расстояния от точки до границы эффективности будем использовать разность $1 - \theta$. Это расстояние измеряется вдоль прямой, проведенной через данную точку и начало координат. В общем случае это направление не совпадает с нормалью к сегменту границы эффективности, но такой способ измерения расстояния соответствует идее метода DEA–АСФ.

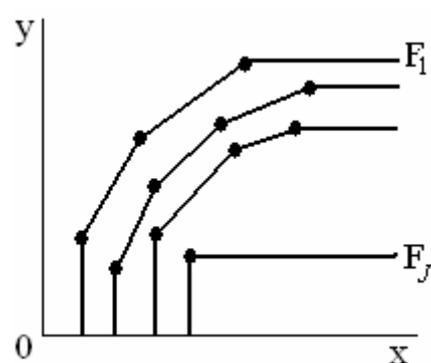
Идея предлагаемого подхода. Формирование обобщенной границы эффективности несколько напоминает построение линии регрессии, которая выражает тенденцию расположения этих точек в пространстве и является, упрощенно говоря, средней линией этих точек. Основная идея предлагаемого нами подхода к формированию обобщенной границы эффективности заключается в том, чтобы заменить процедуру генерирования новых точек процедурой «сборки» обобщенной границы из точек, уже имеющихся в пространстве входов/выходов (эти точки сформированы экспертами). Суть предлагаемого механизма заключается в том, чтобы сначала разделить всю совокупность точек, сформированных экспертами, на «слои эффективности», каждый из которых состоит только из DEA-эффективных точек и является, фактически, границей эффективности, а затем выбрать один из «слоев» в качестве результирующей эталонной (экспертной) границы эффективности. Таким образом, при обобще-

нии индивидуальных границ эффективности никаких новых точек не порождается, а результирующая граница эффективности формируется из имеющихся точек.

Модель метода DEA–АСФ необходимо выбрать заранее до запуска этого алгоритма. Это может быть одна из моделей (1.3), (1.4), (1.5), (1.6) или другая модель [88, 92], в зависимости от целей и специфики проводимого исследования эффективности системы. В процессе работы алгоритма модель меняться не должна. При этом следует придерживаться правила: для формирования искусственных границ использовать ту же модель, которая будет затем применяться для оценки реальных объектов. Иллюстрация предлагаемого подхода на примере со скалярным входом и скалярным выходом приведена на рисунке 2.2.



Индивидуальные экспертные границы эффективности



Сформированные «слои эффективности»

Рисунок 2.2 – Формирование «слоев» в пространстве входов/выходов

На рисунке 2.2 видно, что полученный «слой эффективности» может содержать точки, сформированные более чем одним экспертом, а может и случайно совпасть с индивидуальной экспертной границей эффективности.

Теперь можно перейти к процедуре обобщения границ эффективности, построенных отдельными экспертами.

Алгоритм формирования «слоев эффективности» в пространстве входов/выходов [42]. Все обозначения были введены выше.

Шаг 1. Объединить матрицы входов X_k , $k = 1, \dots, P$, и матрицы выходов Y_k , $k = 1, \dots, P$, в матрицы X и Y соответственно, таким образом, что размерность полученных матриц X и Y будет $K \times N$ и $M \times N$ соответственно, где

$$N = \sum_{k=1}^P N_k .$$

Шаг 2. Решить задачу метода DEA–АСФ для полученной объединенной совокупности объектов $O_0 = \bigcup_{k=1}^P O_k$, используя выбранную модель.

Шаг 3. Объекты, для которых показатель эффективности $\theta = 1$, объединить в совокупность (множество) F_1 . Таким образом, совокупность F_1 является искусственной границей эффективности, условно говоря, первого уровня, т. е. самой внешней оболочкой исходной совокупности O_0 .

Удалить совокупность F_1 из исходной совокупности O_0 , получив новую совокупность $O_1 = O_0 \setminus F_1$. Если полученное множество $O_1 \neq \emptyset$, то переформировать матрицы X и Y путем удаления столбцов, соответствующих эффективным объектам, и перейти к шагу 2. Однако задачу метода DEA–АСФ следует решать уже для новой совокупности O_1 . Повторять шаги 2 и 3, формируя искусственные границы F_j и переформировывая совокупность O_j , до тех пор, пока множество $O_j \neq \emptyset$. Если $O_j = \emptyset$, то нами получено множество искусственных границ эффективности $F = \{F_j\}, j = 1, \dots, J$.

В общем случае число J границ F_j не равно числу экспертов: $J \neq P$. При этом, каждая граница может содержать точки, сформированные одним, двумя и более экспертами. Это объясняется тем, что выпуклые оболочки, сформированные экспертами, в общем случае могут пересекаться.

Алгоритм определения обобщенной границы эффективности (принцип средней арифметической оценки) [42]. Получив множество «слоев эффективности», можно перейти к следующему этапу – решению задачи определения обобщенной границы эффективности. В данном случае обобщенная гра-

ница является аналогом выборочного среднего в традиционной постановке задачи. Особенность заключается в том, что средняя граница эффективности не формируется, а выбирается из множества $F = \{F_j\}$.

Шаг 1. Сформировать совокупность $O_j = O_0 \setminus F_j$, т. е. собрать в одну совокупность все точки, за исключением тех, которые принадлежат границе F_j . Диапазон изменения индекса j от 1 до J , т. к. внешняя F_1 либо внутренняя F_J границы могут быть выбраны в качестве результирующей границы, когда имеет место случай $J = 2$.

Шаг 2. Вычислить значение показателя эффективности θ для всех объектов из O_j относительно границы F_j . При этом часть значений θ_i будут больше 1, а часть – меньше 1 (для внешней границы эффективности F_1 все значения θ_i будут меньше 1, а для внутренней границы эффективности F_J все значения θ_i будут больше 1).

Шаг 3. Вычислить среднее отклонение значений показателя эффективности θ_i от единицы (т. е. от среднего).

Если уровни компетентности экспертов одинаковые, то

$$\Delta_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} (\theta_i - 1),$$

где n_j – число объектов (точек) в совокупности O_j , т. е. $n_j = \text{card } O_j$.

Если уровни компетентности h_k ($k = 1, \dots, P$) экспертов неодинаковые (значения уровней должны быть определены до запуска этого алгоритма), то

$$\Delta_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} (\theta_i - 1)h^i,$$

где h^i – уровень компетентности эксперта, сформировавшего i -ю точку.

Суть предлагаемого способа учета уровней компетентности экспертов в том, чтобы влияние точек на показатель разброса Δ_j относительно результирующей границы эффективности было *тем больше, чем выше* уровень компетентности экспертов, сформировавших эти точки. Образно говоря, точки, сформированные более компетентным экспертом, являются более «весомыми», и результирующая граница эффективности как бы «притягивается» к ним.

Сумму отклонений необходимо разделить на число точек n_j , т. к. в общем случае количество точек в совокупностях O_j будет различным.

Шаг 4. Если значение $j < J$, то увеличить индекс на 1 и повторить шаги 1, 2 и 3, в противном случае перейти к шагу 5.

Шаг 5. В качестве результирующей (средней) границы F_{cp} выбрать границу F_j , для которой показатель Δ_j имеет минимальное абсолютное значение, т. е. $\Delta = \min_j |\Delta_j|, j = 1, \dots, J$.

Обоснование для указанного способа определения результирующей границы эффективности следующее. Известно, что сумма отклонений значений элементов выборки от среднего равна нулю. Мы используем этот же принцип, но в нашем случае точное равенство нулю может быть достигнуто лишь случайным образом, поскольку мы не формируем новых точек в процессе обобщения индивидуальных экспертных границ эффективности, а берем уже существующие точки. Поэтому приходится ограничиться *минимумом* среднего отклонения.

Альтернативный способ определения обобщенной границы эффективности (принцип медианной оценки) [43]. Возможен альтернативный способ определения результирующей экспертной границы эффективности. При этом также сначала необходимо сформировать «слои эффективности», а затем *выбрать* результирующую границу эффективности из полученного множества $F = \{F_j\}, j = 1, \dots, J$, одну границу F_e по правилу:

$$e = \frac{J+1}{2}, \text{ если } J - \text{ нечетное;}$$

$$e = \frac{J}{2} \text{ или } e = \frac{J}{2} + 1 \text{ (по выбору лица, принимающего решения), если } J -$$

четное.

Таким образом, при нечетном числе сформированных искусственных границ в качестве результирующей выбираем среднюю границу. При четном числе границ – одну из двух средних границ. При этом уровни компетентности экспертов полагаются одинаковыми.

Определение величины разброса мнений экспертов [42]. Величину разброса мнений экспертов предлагается оценивать с помощью вычисления показателя, аналогичного *дисперсии* в традиционной постановке задачи. Такой показатель может быть полезен в том случае, когда к работе привлекается две и более групп экспертов и появляется необходимость выбора одной группы. В качестве одного из критериев выбора экспертной группы и может быть использовано значение данного показателя: чем оно меньше, тем выше степень согласованности мнений экспертов группы. Алгоритм вычислений показателя таков.

Шаг 1. Сформировать совокупность $O^* = O_0 \setminus F_{cp}$, т. е. собрать в одну совокупность все точки, за исключением тех, которые принадлежат результирующей границе F_{cp} .

Шаг 2. Вычислить значение показателя эффективности θ для всех объектов из O^* относительно границы F_{cp} . В общем случае часть значений показателя эффективности будут больше 1, а часть – меньше 1.

Шаг 3. Вычислить среднее значение квадратов расстояний точек совокупности O^* от границы F_{cp} .

Если уровни компетентности экспертов одинаковые, то

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\theta_i - 1)^2,$$

где n – число объектов (точек) в совокупности O^* , т. е. $n = \text{card } O^*$.

Если уровни компетентности h_k ($k = 1, \dots, P$) экспертов неодинаковые (значения уровней должны быть определены до запуска этого алгоритма), то

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\theta_i - 1)^2 h^i,$$

где h^i – уровень компетентности эксперта, сформировавшего i -ю точку.

Использование разности $\theta_i - 1$ объясняется тем, что точки, лежащие на границе эффективности F_{cp} , имеют значение $\theta = 1$.

Вторым показателем, характеризующим разброс индивидуальных оценок, является *вариационный размах* R [6, с. 114]. В нашем случае в качестве крайних значений, данных экспертами, выступают внешняя граница эффективности F_1 и внутренняя граница эффективности F_J (т. е. внешний и внутренний «слои эффективности»). Рассматривая каждую границу как единое целое, для вычисления размаха оценок эффективности предлагается поступать следующим образом.

Шаг 1. Вычислить значения показателя эффективности θ_i для всех точек внутренней границы F_J относительно внешней границы F_1 . Получим: $\theta_i \in (0;1), \forall i$.

Шаг 2. Вычислить среднее значение полученных показателей эффективности: $\theta_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \theta_i$, где n – число точек, образующих внутреннюю границу F_J .

Шаг 3. Вычислить вариационный размах $R = x_{\max} - x_{\min}$. Поскольку максимальное значение равно 1 (т. к. $\theta = 1$ для всех точек внешней границы F_1), а минимальное значение равно θ_{cp} , то получаем формулу: $R = 1 - \theta_{cp}$, $R \in (0;1)$.

Подчеркнем, что в качестве минимального значения экспертной оценки используется θ_{cp} , а не $\min_i \theta_i$, поскольку граница рассматривается как единое целое, и θ_{cp} выбрано в качестве обобщенной характеристики границы F_2 .

Укажем, что чем меньше значение показателя вариационного размаха R , тем лучше.

Определение степени несогласованности мнения отдельного эксперта с обобщенным мнением группы. В качестве такого показателя используем показатель, аналогичный *дисперсии* в традиционной постановке задачи.

Шаг 1. Вычислить значение показателя эффективности θ_i для всех точек индивидуальной границы эффективности F_k , сформированной k -м экспертом, относительно границы F_{cp} . В общем случае часть значений показателя эффективности будут больше 1, а часть – меньше 1.

Шаг 2. Вычислить среднее значение квадратов расстояний этих точек от границы F_{cp} .

Если уровни компетентности экспертов одинаковые, то

$$D_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} (\theta_i - 1)^2,$$

где n_k – число точек, сформированных k -м экспертом.

Если уровни компетентности h_k ($k = 1, \dots, P$) экспертов неодинаковые (значения уровней должны быть определены до запуска этого алгоритма), то

$$D_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} (\theta_i - 1)^2 h_k,$$

где h_k – уровень компетентности k -го эксперта.

2.4 Методика построения искусственных эталонных границ эффективности

Прежде чем перейти к описанию предлагаемой методики, приведем ряд дополнительных методов и алгоритмов, которые могут быть полезны в процессе формирования экспертами искусственных границ эффективности. Эти алгоритмы помогают сократить объем рутинной работы экспертов и делают данную методику более формализованным и действенным инструментом.

2.4.1 Вспомогательные методы и алгоритмы

В работе [39] был предложен целый ряд алгоритмов, предназначенных для облегчения работы экспертов, решающих задачу формирования искусственных границ эффективности. В настоящей диссертационной работе мы дополним набор алгоритмов, описанных в [39]. Все предлагаемые алгоритмы призваны не заменить эксперта с его квалификацией, а лишь оказать ему помощь, избавив его, по возможности, от рутинной работы.

Метод формирования искусственных границ эффективности. В дополнение к схематичному алгоритму, приведенному в работе [39], предложим еще один способ построения искусственных границ эффективности [3].

Для каждого объекта сформировать (вручную или алгоритмическим путем) ряд вариантов предоставления ресурсов R_i и получить экспертные оценки объемов выпусков для каждого варианта по всем объектам. Шаг изменения объема ресурсов Δr_i должен быть выбран с учетом объема наличных ресурсов. Например, при объеме финансовых ресурсов 1 млн. руб. может быть принято $\Delta r_i = 100$ тыс. руб. При наличии нескольких видов ресурсов необходимо на основе декартова произведения сформировать множество комбинаций объемов ресурсов, выбрав шаг Δr_i для ресурса каждого вида. При этом необходимо учи-

тывать, что не для всех объектов зависимость между увеличением объема доступных ресурсов и увеличением выпуска будет линейной. Необходимо включить и вариант предоставления каждому объекту максимального объема ресурсов R^e , который он может эффективно переработать (либо всего того объема R^t , которым располагает вся подсистема или система): $R_i = \min \{R^t, R^e\}$. В результате мы получим экспертную оценку множества производственных возможностей. Таким образом, будут сформированы матрицы входных X и выходных Y переменных для использования их в модели метода DEA–АСФ. Эффективные комбинации ресурсов и выпусков, полученные в результате вычислений по этой модели, дадут нам эталонную границу, которая будет определяться матрицами $X^e = \{x_i^e\}$ и $Y^e = \{y_i^e\}$, где i^e – индексы объектов, для которых показатель эффективности равен 1. Относительно этой границы можно оценивать текущие достижения (комбинации входов и выходов) существующих объектов (x, y) .

Необходимым условием для применения данного способа построения искусственных границ эффективности является способность экспертов оценить потенциальные возможности своих подразделений в зависимости от изменения объема предоставляемых ресурсов. В роли экспертов могут выступить, к примеру, руководители исследуемых подразделений организации или фирмы.

Алгоритм формирования вложенных искусственных границ эффективности на основе «базовой» границы. Как отмечалось выше, вложенные границы эффективности используются для проведения классификации объектов на основе их эффективности.

Идея предлагаемого подхода заключается в том, чтобы, построив одну искусственную границу эффективности (т. е. сформировав матрицы входов X и выходов Y для эталонных объектов), использовать ее в качестве базы (отправного пункта) для формирования следующей границы, расположенной в многомерном пространстве входов/выходов на некотором расстоянии от базовой границы. Способ измерения расстояний в пространстве входов/выходов будем использовать такой же, как и при обобщении индивидуальных границ, сформиро-

ванных отдельными экспертами, в усредненную искусственную границу эффективности (групповую границу) (см. п. 2.3).

Например, если необходимо разделить объекты в некоторой совокупности на три класса (высокоэффективные, среднеэффективные и слабоэффективные), то следует поступить следующим образом. Сначала необходимо сформировать границу, разделяющую классы высокоэффективных и среднеэффективных объектов, а затем, приняв в качестве базовой эту уже сформированную границу, сформировать границу, разделяющую классы среднеэффективных и слабоэффективных объектов.

Теперь приведем описание предлагаемого алгоритма. Пусть необходимо сформировать две вложенные границы эффективности. При этом требуется использовать K входных параметров и M выходных параметров для каждого из N объектов. Для i -го объекта они представлены вектор-столбцами x_i и y_i соответственно. Тогда матрица X размерности $K \times N$ и матрица Y размерности $M \times N$ представляют собой матрицы входных и выходных параметров для всех N искусственных объектов.

Шаг 1. Сформировать «базовую» границу из N искусственных объектов. Пусть, для определенности, это будет внешняя граница (из двух границ, которые предстоит сформировать), обозначим ее F_1 . Для формирования «базовой» границы можно применить способы, описанные в работе [39]. Тогда внутреннюю границу обозначим F_2 и назовем ее «производной» границей.

Шаг 2. Выбрать расстояние между «базовой» границей F_1 и «производной» границей F_2 . Это расстояние выражается в терминах показателя эффективности θ (или φ) (см. п. 1.2.5). Показатель эффективности в данном алгоритме означает, что эффективность всех объектов «производной» границы F_2 относительно «базовой» границы F_1 должна быть равна одному и тому же значению θ (или φ), пусть это будет, например, $\theta^* = 0,7$ ($\varphi^* = 1,4$).

Шаг 3. На основе каждого i -го объекта «базовой» границы F_1 вычислить координаты «производного» объекта, принадлежащего границе F_2 , по следующим правилам.

Шаг 3а. Если перед началом работы алгоритма была выбрана модель метода DEA–АСФ с предположением *постоянного* эффекта масштаба (модель (1.3) или (1.5)), то векторы координат x_i^2 и y_i^2 новых объектов будут определяться так (если выбрана модель (1.3) с ориентацией на вход):

$$x_i^2 = \frac{x_i^1}{\theta}; y_i^2 = y_i^1$$

либо так (если выбрана модель (1.5) с ориентацией на выход):

$$x_i^2 = x_i^1; y_i^2 = \frac{y_i^1}{\varphi},$$

где $x_i^2 = (x_{i1}^2, \dots, x_{iK}^2)$ – вектор значений входных переменных для i -го объекта «производной» границы F_2 ; $x_i^1 = (x_{i1}^1, \dots, x_{iK}^1)$ – вектор значений входных переменных для i -го объекта «базовой» границы F_1 ; θ – показатель эффективности, выражающий расстояние между границами F_1 и F_2 , при этом $\theta \in (0,1)$; $y_i^2 = (y_{i1}^2, \dots, y_{iM}^2)$ – вектор значений выходных переменных для i -го объекта «производной» границы F_2 ; $y_i^1 = (y_{i1}^1, \dots, y_{iM}^1)$ – вектор значений выходных переменных для i -го объекта «базовой» границы F_1 ; φ – показатель эффективности, выражающий расстояние между границами F_1 и F_2 , при этом $\varphi \in (1, +\infty)$.

Таким образом, для получения координат объектов «производной» границы необходимо либо *увеличить* значения *входных* переменных при неизменных значениях выходных переменных, либо *уменьшить* значения *выходных* переменных при неизменных значениях входных переменных объектов «базовой» границы. Равноправность обоих подходов объясняется тем, что при условии постоянного эффекта масштаба граница эффективности имеет форму выпукло-

го конуса и поэтому для любого i -объекта при определении показателей эффективности по моделям (1.3) и (1.5) выполняется следующее: $\theta_i = \frac{1}{\varphi_i}$ [89, с. 137],

Шаг 3б. Если перед началом работы алгоритма была выбрана модель метода DEA–АСФ с предположением *переменного* эффекта масштаба (модель (1.4) или (1.6)), то векторы координат x_i^2 и y_i^2 новых объектов будут определяться так (обозначения переменных – те же, что и на шаге 3а):

$$x_i^2 = \frac{x_i^1}{\theta}; y_i^2 = y_i^1 \theta.$$

Таким образом, для получения координат объектов «производной» границы необходимо как *увеличить* значения *входных* переменных, так и *уменьшить* значения *выходных* переменных объектов «базовой» границы, т. е. по сути, выполнить два преобразования границы эффективности. Проиллюстрировать этот прием можно на простом примере со скалярными входом и выходом (см. рисунок 2.3).



Рисунок 2.3 – Формирование вложенных искусственных границ эффективности

На практике эксперт может выполнить несколько запусков алгоритма при различных значениях показателя эффективности θ и выбрать наиболее подходящий вариант, а затем, при необходимости, довести его до окончательного состояния уже вручную.

Способ переформирования пересекающихся искусственных границ эффективности. При решении задачи классификации объектов на основе уровня их эффективности недопустимо взаимное пересечение искусственных границ, поскольку предполагается, что классы не пересекаются (см. п. 2.1). Нами предлагается способ переформирования пересекающихся искусственных границ эффективности, который предназначен для оказания помощи эксперту в процессе решения задачи формирования вложенных искусственных границ эффективности.

Проиллюстрируем ситуацию пересечения границ на простом примере со скалярным входом x и векторным выходом $y = (y_1, y_2)$. В предположении о постоянном эффекте масштаба и ориентации модели на выход можно изобразить этот случай на двумерном графике, отложив по осям координат удельные выпуски $\frac{y_1}{x}$ и $\frac{y_2}{x}$ (см. рисунок 2.4).

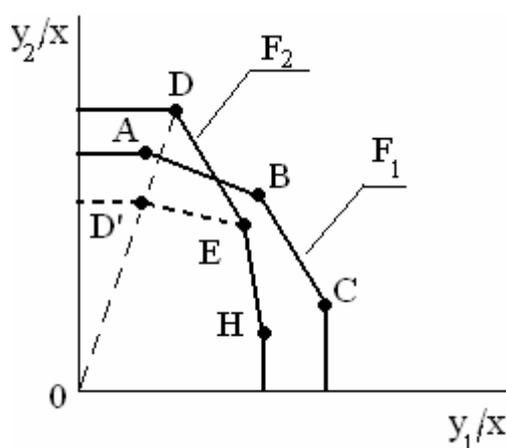


Рисунок 2.4 – Взаимное пересечение искусственных границ эффективности

На этом рисунке изображены две искусственные границы эффективности – F_1 и F_2 . Граница F_1 должна отделять высокоэффективные объекты от среднеэффективных, а граница F_2 – среднеэффективные от слабоэффективных. Если

вычислить показатели эффективности объектов D , E и H относительно F_1 , используя модель (1.5), то окажется, что $\varphi_E > 1$, $\varphi_H > 1$, а $\varphi_D < 1$ (напомним, что при ориентации модели на выход для неэффективных объектов $\varphi > 1$). Следовательно, необходимо изменить значения вектора y_D , с тем, чтобы точка D оказалась внутри области, ограниченной на рисунке 2.4 границей эффективности F_1 .

Предлагается решать эту задачу методом последовательных приближений. В качестве первого приближения рекомендуется взять $\varphi_{D'} = \frac{\varphi_E + \varphi_H}{2}$ и определить координаты точки D' по формулам:

$$x_{D'} = x_D; y_{D'} = y_D \frac{\varphi_D}{\varphi_{D'}}. \quad (2.1)$$

Затем необходимо вычислить значение показателя эффективности φ для точки D' относительно модифицированной границы F_2 , в которой точка D заменена точкой D' . Если $\varphi_{D'} = 1$, то на этом можно завершить подгонку границы F_2 . Если же $\varphi_{D'} > 1$, то это означает, что точка D' оказалась в положении, показанном на рисунке 2.5.

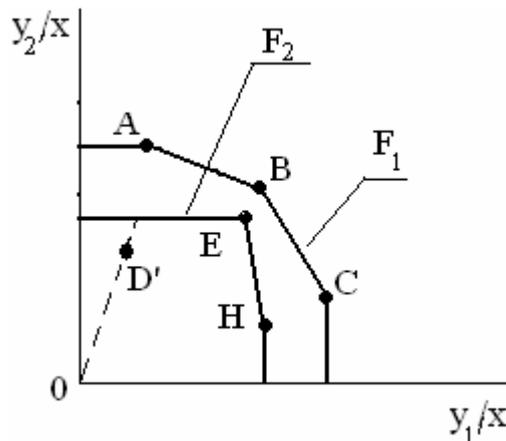


Рисунок 2.5 – Неудачная подгонка искусственных границ эффективности

В таком положении эта точка не может участвовать в выполнении границей F_2 функций разделяющей поверхности в пространстве входов/выходов.

Следовательно, необходимо взять $1 < \varphi_{D'} < \frac{\varphi_E + \varphi_H}{2}$ и пересчитать координаты точки D' по формулам (2.1), а затем вновь вычислить значение показателя эффективности φ для точки D' относительно модифицированной границы F_2 , в которой точка D заменена точкой D' . Если $\varphi_{D'} = 1$, то на этом можно завершить подгонку границы F_2 .

2.4.2 Описание методики

В предыдущих параграфах раздела 2 был предложен ряд алгоритмов, необходимых для формирования эталонных границ эффективности путем проведения опроса экспертов. Теперь необходимо объединить предложенные алгоритмы в целостную методику, следуя рекомендациям которой, можно было бы использовать аппарат искусственных эталонных границ эффективности на практике. При формировании методики будем следовать уже сложившимся подходам к определению набора выполняемых этапов.

Этап 1. Подбор экспертов и формирование экспертных групп. В качестве дополнительного *требования к квалификации экспертов* необходимо указать владение основами метода DEA–АСФ. Это важно, поскольку для формирования искусственных эталонных границ эффективности необходимо понимать, как они «выглядят» в многомерном пространстве входов/выходов и каков механизм использования этих границ.

Численность экспертной группы – желательно не менее 4–5 человек.

Число экспертных групп может быть и более одной. Это зависит от наличия необходимого числа экспертов и от важности решаемой задачи. Если задача имеет высокую важность, то может быть сформировано несколько групп (практически от 2 до 5).

Этап 2. Постановка задачи перед экспертами. Возможны два принципиально различных типа задач, которые могут быть поставлены перед экспертами:

- 1) формирование *одинарной искусственной границы* эффективности для оценки эффективности объектов;
- 2) формирование *группы искусственных границ* эффективности для проведения классификации объектов на основе их эффективности.

При решении задач второго типа возможны два варианта:

- 1) эксперты формируют *весь набор искусственных границ* эффективности, т. е. каждую границу, разделяющую соседние классы;
- 2) эксперты формируют *только внешнюю искусственную границу* эффективности (как граница *ABC* на рисунке 2.3), которая играет роль базовой границы. Вместо формирования всех остальных границ эксперты указывают расстояния между границами, начиная с «базовой» границы. Эти расстояния выражаются в терминах показателя эффективности θ или φ (см. алгоритм формирования искусственной границы эффективности на основе «базовой» границы в п. 2.4.1), в зависимости от выбранной ориентации модели метода DEA–АСФ – на вход или на выход. Следующие (внутренние) границы (такие, как граница *A'B'C'* на рисунке 2.3) могут быть сформированы уже на этапе обработки индивидуальных экспертных оценок на основе обобщенной внешней границы эффективности способом, описанным в п. 2.4.1.

Экспертам должна быть предоставлена необходимая информация, в т. ч. о выбранных моделях метода DEA–АСФ.

Этап 3. Формирование правил определения суммарных оценок на основе оценок отдельных экспертов. На этом этапе необходимо руководствоваться рекомендациями и алгоритмами, изложенными в п. 2.3.

Если уровни компетентности экспертов различаются, то необходимо определить эти уровни *до* проведения обработки экспертных оценок. Для этого следует использовать методы, предложенные [6, 13, 17, 32]. В процессе обра-

ботки индивидуальных экспертных оценок в рамках настоящей методики не предполагается никаких корректировок уровней компетентности экспертов.

Этап 4. Работа с экспертами. Результатом данного этапа является непосредственное получение оценок, сформированных экспертами. Форма предоставления экспертной информации должны соответствовать форме моделей метода DEA–АСФ, т. е. каждым экспертом k должны быть сформированы матрицы входных X^k и выходных Y^k переменных для всех N^k эталонных объектов.

В качестве вспомогательного инструментария эксперты могут использовать алгоритмы и рекомендации, описанные в п. 2.4.1.

Матрицы входных X^k и выходных Y^k переменных, сформированные экспертами, рекомендуется подвергнуть проверке на предмет достаточности количества искусственных объектов. Вопрос о количестве формируемых искусственных объектов является одним из важных вопросов. В работах [106, 107, 108] за точку отсчета принимается количество реальных объектов, получивших значение показателя эффективности θ (или φ) равное 1. На наш взгляд, для принятия обоснованного решения следует учитывать диапазоны допустимых изменений для значений входов и выходов, причем не только абсолютные их величины, но также и относительные (в сравнении с реальными значениями соответствующих переменных) [38].

Этап 5. Анализ и обработка экспертных оценок. На данном этапе должны использоваться алгоритмы и рекомендации, предложенные в п. 2.3. Порядок работы такой.

1. Определить обобщенную границу эффективности, используя алгоритм, основанный на принципе средней арифметической оценки или альтернативный алгоритм, основанный на принципе медианной оценки. Если уровни компетентности экспертов были определены как неодинаковые, то учесть этот факт при выборе алгоритма: при различных уровнях необходимо использовать первый из этих двух алгоритмов, при одинаковом уровне компетентности экспертов выбор остается за ЛПР.

2. Если были сформированы несколько групп экспертов, то выбрать одну из них в качестве «рабочей» группы, а коллективное мнение остальных групп не принимать во внимание при выработке окончательного решения. Сравнение качества работы групп выполнить на основе показателей согласованности мнений экспертов в каждой группе: показателя разброса индивидуальных оценок D и вариационного размаха R . Выбор лучшей группы провести на основе принципа Парето-оптимальности, учитывая, что оба критерия (и D , и R) негативные, т. е. лучшими значениями являются меньшие их значения.

3. Определить степень несогласованности мнения каждого эксперта «рабочей» группы с обобщенным мнением этой группы. Этот показатель может использоваться для принятия решения о дальнейшем привлечении каждого эксперта к участию в работе экспертной группы. В том же случае, когда данный показатель чрезмерно высок для эксперта с высоким уровнем компетентности, это может служить сигналом как к пересмотру его уровня компетентности, так и к возможному повторению процедуры получения индивидуальных оценок.

2.5 Выводы

1. Предложен комплекс алгоритмов для обработки групповых экспертных оценок при формировании искусственных границ эффективности при решении задач метода DEA–АСФ. Данный комплекс включает следующие алгоритмы:

- алгоритм определения обобщенной границы эффективности (принцип средней арифметической оценки);
- альтернативный способ определения обобщенной границы эффективности (принцип медианной оценки);
- алгоритм определения величины разброса мнений экспертов. При этом величину разброса мнений экспертов предлагается оценивать с помощью вы-

числения двух показателей: показателя, аналогичного дисперсии в традиционной постановке задачи, и вариационного размаха.

– алгоритм определения степени несогласованности мнения отдельного эксперта с обобщенным мнением группы.

Данный комплекс алгоритмов позволяет повысить степень обоснованности и достоверности экспертных оценок в методе DEA–АСФ.

2. Предложены новые алгоритмы формирования искусственных границ эффективности, а именно: алгоритм формирования вложенных искусственных границ эффективности и алгоритм переформирования пересекающихся искусственных границ эффективности. Эти алгоритмы позволяют повысить качество экспертных оценок при построении искусственных границ эффективности, а также снизить затраты времени экспертов на выполнение рутинных операций.

3. Предложена целостная методика построения искусственных эталонных границ эффективности, основанная на алгоритмах и рекомендациях, описанных в п. п. 2.3 и 2.4.1. Методика позволяет организовать работу экспертной группы на всех этапах.

Таким образом, предложенные решения позволяют снизить степень субъективности экспертных оценок при решении задач метода DEA–АСФ и расширить возможности данного метода.

3 Инструментарий для исследования эффективности сложных иерархических систем

Как было показано в разделе 1, для выполнения комплексных исследований эффективности сложных иерархических систем необходимо наличие соответствующего инструментария. Такой инструментарий был отнесен в разделе 1 к макроуровню, поскольку он опирается на методы, которые, в их стандартной форме, не подразумевают наличия у исследуемого объекта сложной, а тем более, многоуровневой, структуры. Это в полной мере относится и к методу DEA–АСФ, который предназначен для оценки текущего уровня эффективности объектов, входящих в дискретную систему [33], а дискретные системы являются одноуровневыми. Поэтому для применения данного метода с целью решения задач исследования эффективности сложных иерархических систем необходимо включить модели метода DEA–АСФ в специально сконструированную методику.

3.1 Вспомогательные алгоритмы

Поскольку каждая методика включает в себя не только основные инструменты, но также и вспомогательные (без которых тоже нельзя обойтись), то именно с них мы и начнем рассмотрение предлагаемой методики.

3.1.1 Алгоритм перераспределения ресурсов в подсистемах сложной системы

Одним из путей повышения эффективности системы является рациональное (оптимальное в смысле того или иного критерия) распределение ресурсов

внутри системы. В рамках метода DEA–АСФ ранее уже предлагались способы перераспределения ресурсов (см. обзор в [101]). Общим у них было то, что использовалась граница эффективности, построенная на основе реальных объектов, а различными были способы проецирования неэффективных объектов на эту границу.

Нами предлагается новый способ выбора варианта распределения ресурсов между элементами системы, основанный на использовании искусственных эталонных границ эффективности. Критерием оптимальности будет минимум суммарных (по всем объектам в подсистеме) «недоборов» выпусков при различных вариантах распределения ресурсов. Смысл термина «недобор» будет пояснен в тексте алгоритма. Шаги алгоритма таковы [3].

Шаг 1. Выбрать подсистему s в исследуемой системе. Пусть в подсистеме s имеется N элементов, среди которых распределяется K видов ресурсов и выпускается M видов продуктов (выпусков). В подсистемах различных иерархических уровней могут в общем случае быть различные наборы ресурсов и выпусков.

Шаг 2. Сформировать искусственную эталонную границу эффективности для исследуемой подсистемы одним из способов, описанных выше (см. раздел 2):

$$F_e = \begin{pmatrix} Y^e \\ X^e \end{pmatrix},$$

где Y^e – матрица выходных параметров (размерности $M \times N^e$); X^e – матрица входных параметров (размерности $K \times N^e$); N^e – число эталонных объектов.

Эти матрицы подставляются в модель метода DEA–АСФ, например, (1.5), вместо матриц X и Y .

Шаг 3. Сгенерировать (алгоритмически или с помощью экспертов) J комбинаций R_j распределения K ресурсов между N элементами подсистемы s :

$$R_j = (R_{j1}, \dots, R_{ji}, \dots, R_{jN}), j = 1, \dots, J,$$

где $R_{ji} = (r_{ji}^1, \dots, r_{ji}^k, \dots, r_{ji}^K)$. При этом всегда распределяется весь доступный объем Q^k ресурсов каждого k -го вида:

$$\sum_{i=1}^N r_{ji}^k = Q^k, j = \overline{1, J}, k = \overline{1, K}.$$

Определить для каждого варианта R_{ji} распределения ресурсов каждому i -му объекту соответствующие объемы выпусков (продукции того или иного вида) $P_{ji} = (p_{ji}^1, \dots, p_{ji}^m, \dots, p_{ji}^M)$. Это может быть выполнено либо экспертным путем, либо на основе производственных функций [27], если они оценены для каждого элемента системы. На основе полученных данных сформировать J вариантов исходных данных для решения задачи DEA–АСФ. Это будут матрицы X_j ресурсов (размерности $K \times N$) и матрицы Y_j выпусков (размерности $M \times N$) для всех N объектов:

$$X_j = (R_{j1}^T \quad \dots \quad R_{ji}^T \quad \dots \quad R_{jN}^T),$$

$$Y_j = (P_{j1}^T \quad \dots \quad P_{ji}^T \quad \dots \quad P_{jN}^T), j = \overline{1, J}.$$

Шаг 4. Вычислить эффективности каждой комбинации (R_{ji}, P_{ji}) , $j = \overline{1, J}, i = \overline{1, N}$, относительно эталонной границы эффективности F_e .

Это означает, что необходимо определить эффективность каждого i -го объекта при каждом j -м варианте распределения ресурсов. С этой целью для каждого j -го набора матриц X_j и Y_j следует решить задачу DEA–АСФ N раз, подставляя в модель, например, (1.5), в качестве переменных x_i и y_i столбцы матриц X_j и Y_j соответственно, а вместо матриц X и Y – матрицы X^e и Y^e .

Модель метода DEA–АСФ формулируется в так называемой выходной ориентации (модель (1.5)) т. е. по результатам решения задачи для неэффектив-

ных объектов выдаются рекомендуемые (эффективные) значения *выходных* переменных, при достижении которых эти объекты оказались бы на границе эффективности. На основании этих рекомендаций и фактических значений выпусков можно вычислить «недобор» (дефицит) *m*-го выпуска для *i*-го объекта при *j*-ом варианте распределения ресурсов:

$$\Delta y_{ji}^m = y_{ji,eff}^m - y_{ji,fact}^m, \quad j = \overline{1, J}, \quad m = \overline{1, M}, \quad i \in NE,$$

где *NE* – индексное множество неэффективных объектов.

Шаг 5. Найти суммарный «недобор» по всем *N* объектам для каждого *m*-го выпуска в рамках каждого *j*-го варианта распределения ресурсов в подсистеме *s*:

$$\Delta_j = \left(\sum_{i=1}^N \Delta y_{ji}^1, \dots, \sum_{i=1}^N \Delta y_{ji}^m, \dots, \sum_{i=1}^N \Delta y_{ji}^M \right), \quad j = \overline{1, J}.$$

Шаг 6. Выделить из множества $\{\Delta_j\}$ подмножество Парето-оптимальных векторов, учитывая, что частные критерии в данном случае являются негативными, т. е. лучшими будут меньшие значения показателей. Окончательный выбор единственного варианта остается за ЛПР.

Шаги приведенного алгоритма могут быть выполнены для всех подсистем исследуемой системы.

3.1.2 Алгоритм агрегирования оценок эффективности подсистем в интегральную оценку эффективности сложной иерархической системы

При исследовании многоуровневой системы важным фактором, затрудняющим оперативное принятие решений, касающихся оценки эффективности, является большой объем числовых данных, поскольку показатель эффективно-

сти может быть вычислен для каждой подсистемы и каждого элемента в каждой подсистеме. С целью снижения информационной перегрузки верхних уровней иерархии [36] необходимо предложить ЛПР некий обобщенный показатель, который характеризовал бы *внутреннюю* эффективность всей системы в целом и был бы обозримым, т. е. доступным для восприятия без дальнейшей математической обработки. Под *внешней* же эффективностью будем понимать эффективность системы, определенную при взгляде на систему извне, т. е. как на монолитный объект, не имеющий структуры.

Представляется целесообразным построить такой интегральный показатель на основе показателей эффективности всех подсистем и элементов исследуемой системы. При этом, на наш взгляд, необходимо каким-то образом учесть и степень важности подсистем и элементов.

Так же, как и при решении задачи перераспределения ресурсов в подсистемах (см. п. 3.1.1), нам не обойтись без использования искусственных эталонных границ эффективности, поскольку метод DEA–АСФ в своей традиционной форме позволяет получить лишь показатель *относительной* эффективности объектов путем сопоставления их между собой. Но в таком случае объединять показатели эффективности, рассчитанные для элементов разных подсистем, не представляется возможным: такая интегральная оценка не будет корректной, поскольку в каждой подсистеме будет, фактически, своя точка отсчета для определения показателей эффективности элементов каждой подсистемы.

Алгоритм решения поставленной задачи такой.

Шаг 1. Для всех подсистем s_i , $i = 1, \dots, N$, исследуемой иерархической системы S (нумерация подсистем сквозная по всем уровням системы) сформировать искусственные эталонные границы эффективности F_i^e одним из способов, описанных выше (см. раздел 2). Это будут матрицы входных параметров X_i^e и матрицы выходных параметров Y_i^e для всех эталонных объектов в каждой подсистеме.

Шаг 2. Определить весовые коэффициенты w_i важности подсистем s_i , $i = 1, \dots, N$, исследуемой системы S . Для решения этой задачи можно привлечь

экспертов. Одним из подходов к определению весовых коэффициентов может быть такой: положить $w_i = L - l + 1$, где L – число уровней в иерархической системе; l – уровень, на котором находится подсистема s_i . Таким образом, для подсистем первого уровня получим $w_i = L$, а для подсистем нижнего уровня: $w_i = 1$. Обязательно следует нормировать весовые коэффициенты w_i так, чтобы выполнялось $\sum_{i=1}^N w_i = 1$.

Шаг 3. Вычислить показатели эффективности θ_i и φ_i подсистем s_i , $i = 1, \dots, N$, исследуемой системы S относительно искусственных эталонных границы эффективности F_i^e . Показатели эффективности вычисляются с использованием моделей, ориентированных как на вход, так и на выход. Это необходимо для того, чтобы получить рекомендации как по снижению затрат ресурсов, так и по увеличению объемов выпусков.

Шаг 4. Вычислить два значения интегральной внутренней эффективности системы S по формулам (входная и выходная ориентация):

$$\Theta = \sum_{i=1}^N \theta_i w_i,$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\varphi_i} w_i.$$

Во второй формуле используется $\frac{1}{\varphi_i}$ для того, чтобы при использовании ориентации моделей метода DEA–АСФ на выход представить показатель эффективности в форме, более удобной для восприятия ЛПР, т. е. в диапазоне $(0;1]$, как и θ_i .

В том случае, если ни одно из значений θ_i (или $\frac{1}{\varphi_i}$), вычисленных относительно искусственных эталонных границ эффективности, не превысило еди-

ницу, будет выполняться $\Theta \in (0;1]$ и $\Phi \in (0;1]$, т. к. весовые коэффициенты важности подсистем удовлетворяли условию $\sum_{i=1}^N w_i = 1$.

Шаг 5. Вычислить разброс значений показателей эффективности в подсистемах с учетом весовых коэффициентов важности подсистем (входная и выходная ориентация):

$$D_{\Theta} = \sum_{i=1}^N (\theta_i - \Theta)^2 w_i ,$$

$$D_{\Phi} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{\varphi_i} - \Phi\right)^2 w_i .$$

В том случае, если ни одно из значений θ_i (или $\frac{1}{\varphi_i}$), вычисленных относительно искусственных эталонных границ эффективности, не превысило единицу, будет выполняться $D_{\Theta} \in (0;1]$ и $D_{\Phi} \in (0;1]$, т. к. весовые коэффициенты важности подсистем удовлетворяли условию $\sum_{i=1}^N w_i = 1$.

Таким образом, полученный вектор $E = (\Theta, \Phi, D_{\Theta}, D_{\Phi})$ дает интегральную оценку внутренней эффективности иерархической системы.

Если провести подобное исследование на уровне подсистем, то также можно выявить их внешнюю и внутреннюю эффективность. Разница в этих двух показателях ΔE покажет некоторый запас прочности подсистемы или напротив, его отсутствие:

$$\Delta E = E_i^{\text{внешн}} - E_i^{\text{внутр}} ,$$

где $E_i^{\text{внешн}}$ – внешняя эффективность i -й подсистемы; $E_i^{\text{внутр}}$ – внутренняя эффективность i -й подсистемы. При этом как $E_i^{\text{внешн}}$, так и $E_i^{\text{внутр}}$ могут определяться либо как Θ , либо как Φ по соответствующим формулам.

Если $\Delta E > 0$, то можно предположить следующее:

- подсистема s_i имеет внутренние резервы для повышения эффективности;
- возможно, искусственная граница эффективности F_i^e , относительно которой была получена оценка $E_i^{внешн}$ внешней эффективности подсистемы s_i , сформирована не совсем точно, а именно: граница смещена вниз, т. е. она задает легко достижимые эталонные значения входных и выходных переменных.

Если $\Delta E < 0$, то можно предположить следующее:

- возможно, неверно выбраны показатели для оценки (т. е. входные и выходные переменные);
- искусственная граница эффективности F_i^e , относительно которой была получена оценка $E_i^{внешн}$ внешней эффективности подсистемы s_i , сформирована не совсем точно, а именно: граница смещена вверх, т. е. она задает нереальные эталонные значения входных и выходных переменных;
- элементы данной подсистемы s_i эффективно выполняют задания, но эти задания не служат непосредственно целям функционирования всей подсистемы s_i . Видимо, имеет место проблема качества управления.

Если $\Delta E = 0$, то можно предположить, что подсистема s_i функционирует сбалансированно.

3.1.3 Метод прогнозирования эффективности

Прогнозирование эффективности сложной иерархической системы является одной из составляющих комплексного исследования эффективности.

3.1.3.1 Традиционные подходы к прогнозированию

Прогноз – это научно обоснованное суждение о возможных состояниях объекта в будущем и (или) об альтернативных путях и сроках их осуществления [14]. Прогнозы подразделяются на поисковые и нормативные [14].

Поисковый (исследовательский) прогноз предназначен для определения объективно существующих тенденций. Он основан на использовании принципа инерционности развития, т. е. на предположении о сохранении в будущем тех тенденций, которые существовали в прошлом и существуют в настоящем. Такой прогноз дает ответ на вопрос о том, что вероятнее всего произойдет при условии сохранения существующих тенденций? При этом ориентация прогноза происходит от настоящего к будущему.

Нормативный прогноз предназначен для определения путей и сроков достижения возможных состояний системы, принимаемых в качестве цели. В этом случае ориентация прогноза во времени происходит от будущего к настоящему.

По периоду упреждения (т. е. по промежутку времени, на который рассчитан прогноз) различают оперативные (текущие), кратко-, средне-, долго- и дальнесрочные прогнозы. При оперативном прогнозировании предполагается, что никаких существенных изменений объекта исследований не произойдет – ни количественных, ни качественных. Краткосрочный прогноз дается на период, в течение которого возможны только количественные изменения. При среднесрочном прогнозе количественные изменения преобладают над качественными. При долгосрочном прогнозе, наоборот, качественные изменения преобладают над количественными. В социально-экономическом прогнозировании оперативные прогнозы даются на срок до одного месяца, краткосрочные – до одного года, среднесрочные – на несколько лет, долгосрочные – на период от пяти до пятнадцати лет, дальнесрочные – на более отдаленную перспективу [14, с. 45].

Существуют различные методы составления прогнозов [14, с. 57, 98]:

- методы экстраполяции (в качестве исходной информации используются временные ряды показателей прогнозируемого объекта);
- методы математического моделирования (в т. ч. имитационного моделирования);
- методы экспертизы (морфологический анализ, дерево целей, построение сценариев и др.).

Качество прогноза определяется мерой устойчивого развития объекта по тем траекториям, которые были определены прогнозом [14, с. 100].

При прогнозировании сложных систем необходимо учитывать ряд закономерностей. Между инерционностью системы и ее сложностью и связностью существуют определенные зависимости. Инерционность системы существенно меняется в зависимости от так называемых «системных размеров» объекта, от его сложности. Чем сложнее объект, тем более он инерционен. Аналогично можно рассматривать его связность. Оказывается, что чем *менее тесные* связи существуют между различными элементами системы, тем система (объект) оказывается более инерционной [14, с. 145].

3.1.3.2 Предлагаемый алгоритм прогнозирования эффективности

Агрегированные показатели, описывающие процесс функционирования сложной системы, имеют большую инерционность, чем детализированные показатели. На наш взгляд, при прогнозировании эффективности сложной системы можно попытаться перейти от детального ее описания с помощью математической модели к описанию ее непосредственно в терминах показателей эффективности. Поскольку эффективность является комплексным показателем качества функционирования любой системы, то, отслеживая тенденции изме-

нения показателей эффективности подсистем, можно сформировать и прогноз эффективности всей сложной системы в целом.

При наличии достаточного объема информации возможен следующий подход к прогнозированию эффективности сложной иерархической системы [3].

Шаг 1. Выбрать подсистему s в исследуемой системе. Пусть в подсистеме s имеется N элементов, среди которых распределяется K видов ресурсов и выпускается M видов продуктов (выпусков).

Шаг 2. Сформировать искусственные эталонные границы эффективности для исследуемой подсистемы s одним из способов, описанных выше (см. раздел 2). Это будут матрицы входных параметров X^e (размерности $K \times N^e$) и матрицы выходных параметров Y^e (размерности $M \times N^e$) для всех N^e эталонных объектов в модели, например, (1.3).

Шаг 3. Для каждого временного периода t ($t = 1, \dots, T$) сформировать матрицу X^t входных параметров (размерности $K \times N$) и матрицу Y^t выходных параметров (размерности $M \times N$) для всех N объектов.

Шаг 4. Определить эффективность e_i^t каждого i -го объекта в каждый период времени t . Для этого необходимо решить задачу DEA–АСФ $N \times T$ раз, подставляя в модель, например, (1.3), в качестве переменных x_i и y_i столбцы матриц X^t и Y^t соответственно, определив тем самым эффективности каждого i -го объекта.

Шаг 5. На основании полученных временных рядов показателей эффективности e_i^t объектов в подсистеме s определить прогнозные значения этих показателей e_i^{T+1} . Методы обработки временных рядов описаны в литературе (см., например, [57]).

Шаг 6. Вычислить некоторую агрегированную оценку показателей эффективности E_s^t в подсистеме s ($s = 1, \dots, S$) в каждый период времени t . В качестве таких оценок могут использоваться простое среднее или взвешенное среднее.

Шаг 7. На основании полученного временного ряда значений агрегированного показателя эффективности E_s^t в подсистеме s определить прогнозное значение этого показателя $E1_s^{T+1}$. Определить значение этого же показателя, обозначим его $E2_s^{T+1}$, путем агрегирования индивидуальных показателей эффективности e_i^{T+1} . Если $\frac{|E1_s^{T+1} - E2_s^{T+1}|}{E1_s^{T+1}} > \delta$, где δ – некоторая заранее заданная величина, то, возможно, следует выбрать другие переменные для исследования эффективности данной подсистемы.

Шаг 8. Если исследованы не все подсистемы, выбрать новую подсистему и перейти к шагу 2, иначе – завершить работу алгоритма.

Таким образом, предложенный подход позволяет на основании исследования тенденций на всех уровнях иерархической системы сделать предположения о ее эффективности в будущем. При этом возможно также оценить сроки достижения требуемого уровня эффективности в подсистемах иерархической системы.

3.2 Методика исследования эффективности сложных иерархических систем

Таким образом, соединение идей потенциальной эффективности сложных систем с возможностями модифицированного метода DEA–АСФ, расширенного за счет использования искусственных границ эффективности, построенных путем обобщения индивидуальных экспертных оценок, позволит сформировать формализованную методику исследования эффективности сложных иерархических систем. В процессе разработки методики будем опираться на общие подходы к разработке методик системного анализа, изложенные в работе [10].

3.2.1 Принципы построения методики и сфера ее применения

Построение методики, которая сама является системой, должно направляться определенными *принципами*, определяющими ее основные функции и сферу применения. Сформулируем их [3].

1. Предоставление лицу, принимающему решения (ЛПР) как агрегированной, так и детализированной информации (если она потребуется).

2. Предоставление ЛПР как количественных, так и качественных оценок (качественные оценки могут быть более наглядными).

3. Взгляд на исследуемую систему как извне, так и изнутри (различные положения наблюдателя).

4. Оценка как с точки зрения соотношения затрат и результатов, так и с точки зрения степени достижения цели.

5. Реализация подхода «описание–объяснение–предсказание».

Известно, что в реальных системах может иметь место противоречивость целей подсистем различных уровней иерархии. Учет этого фактора предполагается обеспечивать за счет соответствующего выбора переменных для исследования эффективности на каждом уровне иерархии, поскольку зачастую показатели для оценки нижестоящих подсистем назначаются вышестоящей системой.

Нами предлагается в качестве основного метода для построения методики исследования эффективности использовать метод DEA–АСФ [3, 46, 48] с модификациями, предложенными в разделах 2 и 3 настоящей диссертационной работы.

По-видимому, имеет смысл оценивать эффективность системы с двух позиций: с точки зрения степени достижения цели (т. е. соответствия желаемых и достигнутых показателей) и с точки зрения соотношения затрат и результатов. Если цель (минимально приемлемый уровень) в принципе не достигнута, то тогда вести речь о соотношении затрат и результатов не имеет смысла.

Предлагаемая методика предназначена для исследования эффективности иерархических систем, в которых имеются подсистемы дискретного типа, об-

ладающие при этом свойством взаимной компенсации факторов. Подобные системы имеют место в экономике, в органах административного управления, в социальной сфере, в военной области, в биологии и т. д. Причем это могут быть не только организационные системы, но также и организационно-технические.

3.2.2 Положения методики

Основные положения предлагаемой методики исследования эффективности сложных иерархических систем таковы [3].

Методику разделить на следующие этапы.

Этап 1. Подготовка к проведению исследования. На данном этапе проводятся следующие работы.

1.1. Структуризация системы. Для описания структуры системы можно использовать известные средства, например, представление ее в виде матрицы размерности $N_S \times N_S$, в которой отражены связи между подсистемами:

$$S_S = \begin{pmatrix} r_{11} & \dots & r_{1j} & \dots & r_{1N_S} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{i1} & \dots & r_{ij} & \dots & r_{iN_S} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{N_S1} & \dots & r_{N_Sj} & \dots & r_{N_SN_S} \end{pmatrix},$$

где $r_{ij} = 1$, если подсистема s_i включает в себя подсистему s_j ; $r_{ij} = 0$ в противном случае; $i, j = 1, \dots, N_S$; N_S – число подсистем на всех L уровнях иерархии в системе S .

При этом в матрице S_S отражаются только *непосредственная* подчиненность подсистем, т. е. подчиненность подсистем напрямую, а не через подсистемы.

темы промежуточного уровня (уровней). На основе такой матрицы можно построить граф G_S структуры системы S .

1.2. Определение переменных и выбор моделей метода DEA–АСФ. Производится выбор моделей метода DEA–АСФ и переменных, которыми будут описываться подсистемы и объекты в подсистемах. При выборе переменных необходимо учитывать особенность метода DEA–АСФ, заключающуюся в необходимости разделения переменных на входные и выходные.

В том случае, когда между переменными нет непосредственной технологической связи, какая имеет место в материальном производстве, следует использовать такой подход: показатели, для которых более предпочтительными являются меньшие значения, следует условно относить к входным переменным, а показатели, для которых, наоборот, предпочтительными являются большие значения, следует условно относить к выходным переменным. При таком подходе рекомендации для неэффективных объектов, полученные в результате вычислений по моделям метода DEA–АСФ, будут соответствовать логике предметной области: будет рекомендовано снижение значений входных переменных и увеличение значений выходных переменных.

Возможны и такие ситуации, когда после разделения показателей на входные и выходные оказывается, что, исходя из специфики конкретной предметной области, значения некоторых входных показателей целесообразно увеличивать, а значения некоторых выходных показателей – уменьшать. Примером ситуации, когда желательно уменьшать значения выходных показателей, является наличие вредных выбросов в промышленном производстве. Выбросы также являются выходом процесса производства, т. е. «продукцией», но «продукцией» нежелательной. Следовательно, их уровень желательно уменьшать. В подобных случаях вместо фактических значений y_i^m ($i = 1, \dots, N$) m -го выходного показателя обычно используют его отклонения $\Delta y_i^m = \tilde{y}^m - y_i^m, \forall i, i = 1, \dots, N$, от какого-то предельного значения \tilde{y}^m , установленного на уровне, заведомо превышающем значения m -го показателя для всех N исследуемых объектов:

$\tilde{y}^m > y_i^m, \forall i, i = 1, \dots, N$. Аналогично следует поступать и с входными показателями [92].

Отметим, что наличие отрицательных значений переменных не является непреодолимым препятствием для применения моделей (1.4) и (1.6) метода DEA–АСФ, построенных в предположении переменного эффекта масштаба. В таких случаях допустимы следующие преобразования исходных данных, позволяющие сохранить значения показателей эффективности без изменений [92, с. 94–95].

1. При использовании модели (1.6), ориентированной на *выход*, и наличии у ряда объектов отрицательных значений части *входных* показателей следует увеличить значения каждого такого показателя x^k для *всех* N объектов на величину, равную по модулю наименьшему из отрицательных значений:

$$\tilde{x}_i^k = x_i^k + \max_{i \in I} |x_i^k|, \quad \forall i, i = 1, \dots, N,$$

где I – множество индексов объектов, у которых $x_i^k < 0$.

При этом для различных показателей x^k это увеличение может быть различным.

2. При использовании модели (1.4), ориентированной на *вход*, и наличии у ряда объектов отрицательных значений части *выходных* показателей следует увеличить значения каждого такого показателя y^m для *всех* N объектов на величину, равную по модулю наименьшему из отрицательных значений:

$$\tilde{y}_i^m = y_i^m + \max_{i \in I} |y_i^m|, \quad \forall i, i = 1, \dots, N,$$

где I – множество индексов объектов, у которых $y_i^m < 0$.

При этом для различных показателей y^m это увеличение может быть различным.

1.3. *Сбор исходных данных.* Производится сбор исходных данных и выполняются необходимые преобразования над ними (в частности, описанные в предыдущем пункте методики).

1.4. *Формирование искусственных границ эффективности.* Необходимо сформировать искусственные эталонные границы эффективности для всех подсистем исследуемой системы. При этом должны быть сформированы как индивидуальные границы эффективности, так и наборы границ для проведения классификации объектов в подсистемах на основе эффективности этих объектов. При выполнении этой задачи следует использовать методику и алгоритмы, предложенные в разделе 2 настоящей диссертации. В результате должны быть получены два множества искусственных границ для каждой подсистемы s (напомним, что искусственная граница эффективности F – это матрица входов X и матрица выходов Y для совокупности объектов, рассматриваемых в качестве эталонов для оценки эффективности реальных объектов). Первое множество включает по одной искусственной границе эффективности для каждой подсистемы s :

$$F = \{F_s\} = \left\{ \left(\begin{array}{c} Y_s \\ X_s \end{array} \right) \right\}, \quad \forall s, \quad s = 1, \dots, N_s,$$

где N_s – число подсистем в системе S .

Второе множество, предназначенное для проведения классификации объектов на основе их эффективности, включает в себя N_s множеств, каждое из которых в свою очередь состоит из G искусственных границ эффективности для каждой подсистемы s :

$$F^C = \{F_s^C\} = \left\{ \left\{ \left(\begin{array}{c} Y_s^g \\ X_s^g \end{array} \right) \right\}_{g=1}^G \right\}_{s=1}^{N_s}, \quad \forall g, \quad g = 1, \dots, G, \quad \forall s, \quad s = 1, \dots, N_s,$$

$$G = N_c - 1,$$

где N_c – число классов эффективности, на которые требуется разделять объекты в подсистемах.

Этап 2. Оценка достигнутого уровня эффективности системы.

2.1. Оценка целевой эффективности системы. Провести оценку эффективности системы в целом как единого объекта в совокупности подобных ему объектов, используя традиционные модели метода DEA–АСФ, например, (1.3), (1.4), (1.5) и (1.6).

2.2. Оценка эффективности подсистем. Провести исследование по методу DEA–АСФ в каждой подсистеме и получить оценки эффективности для каждой подсистемы/элемента. Затем провести классификацию в подсистемах на основе эффективности и сгруппировать результаты. Число классов может выбираться, в зависимости от специфики системы, но с точки зрения формирования итоговых оценок удобнее для всех подсистем выбрать одно и то же число классов эффективности. Тогда ЛПР может быть, например, представлена информация вида: число эффективных объектов – N_1 , число слабо эффективных объектов – N_2 , неэффективных – N_3 .

Этап 3. Анализ достигнутого уровня эффективности.

3.1. Вычисление агрегированного показателя эффективности. Вычислить агрегированный показатель внутренней эффективности всей системы в соответствии с п. 3.1.2 настоящей диссертации. Затем для каждой подсистемы s вычислить агрегированные показатели внутренней эффективности и показатель ΔE в соответствии с п. 3.1.2 настоящей диссертации.

3.2. Анализ эффективности в подсистемах. На основании полученных значений вектора $E = (\Theta, \Phi, D_\Theta, D_\Phi)$ и показателя ΔE для каждой подсистемы s проанализировать существующее положение дел в соответствии с п. 3.1.2 настоящей диссертации.

Этап 4. Формирование прогноза эффективности.

4.1. Определение прогнозных значений показателей эффективности в подсистемах. Для каждой подсистемы s определить прогнозное значение показателя эффективности e_s^{T+1} (здесь e означает θ либо φ в зависимости от модели метода DEA–АСФ) согласно алгоритму, предложенному в п. 3.1.3.2.

4.2. Вычисление агрегированного показателя эффективности и анализ эффективности в подсистемах. Провести те же операции, что и на этапе 3. Полученный прогноз эффективности является поисковым краткосрочным прогнозом (см. п. 3.1.3.1).

Таким образом, на основе учета тенденций на всех уровнях иерархической системы будет сделано предположение о ее эффективности в следующем временном периоде.

Этап 5. Выработка рекомендаций по повышению эффективности.

5.1. Использование непосредственно тех целевых значений показателей, которые выдает метод DEA–АСФ. После проведения этапа 2 для неэффективных объектов каждой подсистемы получены рекомендации по увеличению значений выходных и уменьшению значений входных переменных. Следование этим рекомендациям позволит сделать первый шаг в повышении эффективности системы.

5.2. Перераспределение ресурсов в подсистемах. Для каждой подсистемы s выполнить процедуру перераспределения ресурсов в соответствии с п. 3.1.1 настоящей диссертации.

5.3. Реструктуризация системы. Известно, что реструктуризация системы является одним из возможных способов повышения ее эффективности. В числе методов реструктуризации – укрупнение и разделение подсистем. Основанием для таких действий может быть низкая эффективность подсистем. Для принятия решения о разделении или слиянии предлагается произвести гипотетическое объединение (разделение) элементов системы и определить их эффективность. При объединении ресурсы объединяемых элементов суммируются (по видам ресурсов), а для определения возможного выпуска укрупненного

объекта в качестве первого приближения можно также взять сумму выпусков объединяемых объектов. При разделении подсистемы на две или более подсистем разделение ресурсов и выпусков производится на основе экспертных оценок. В основе всех этих идей лежит предположение о том, что реструктуризованная подсистема будет иметь более высокую эффективность, которую можно определить на основе решения задачи DEA–АСФ. Если полученные рекомендации по улучшению показателей гипотетического объекта ЛПР сочтут реализуемыми, то может быть принято управленческое решение о реструктуризации.

Этап 6. Представление результатов исследования лицу, принимающему решения. По результатам проведенных исследований ЛПР предоставляется:

6.1. Агрегированная информация.

1. Показатель целевой эффективности системы.
2. Агрегированный показатель внутренней эффективности системы.
3. Агрегированные показатели эффективности подсистем.
4. Результаты классификации объектов в подсистемах, сгруппированные по классам эффективности.

Они предоставляют возможность избежать обилия числовой информации и заменить ее качественным описанием, что позволит ЛПР оценить тенденции, присутствующие в иерархической системе на качественном уровне.

6.2. Детализированная информация.

1. Показатели эффективности подсистем.
2. Результаты анализа эффективности подсистем.
3. Прогнозные значения показателей эффективности в подсистемах.

6.3. Рекомендации.

1. Целевые значения входных и выходных показателей, которые выдает метод DEA–АСФ для неэффективных объектов (подсистем).
2. Вариант возможного перераспределения ресурсов в подсистемах.
3. Вариант возможной реструктуризации системы.

3.3 Система поддержки принятия решений по исследованию эффективности сложных иерархических систем

Предложенная в п. 3.2 методика, для того чтобы стать эффективным средством решения задач по управлению сложными иерархическими системами, должна быть реализована в виде системы поддержки принятия решений (СППР).

3.3.1 Общие требования к системам поддержки принятия решений

Как указывается в [71, с. 62], СППР – это человеко-машинная система, позволяющая руководителю использовать свои знания, опыт и предпочтения, объективные и субъективные модели, оценки и данные для реализации компьютерных методов выработки решений и выполняющая в интерактивном режиме следующие функции:

- анализ ситуации с учетом субъективных оценок и предпочтений руководителя;
- генерацию допустимых для руководителя вариантов возможных решений;
- согласование групповых решений на основе предпочтений руководителей (если это необходимо);
- прогнозирование последствий возможных решений;
- оценку с помощью СППР возможных решений в соответствии с предпочтениями руководителя и их ранжирование;
- выбор решения в соответствии с предпочтениями руководителя и оценками.

При таком подходе СППР не только анализирует данные, но и вырабатывает варианты решений, которые могут быть приняты (или отвергнуты) руководителем.

Таким образом, СППР является очень важным средством повышения качества управления сложными системами. Разработке СППР в различных предметных областях посвящена обширная литература (см., например, [19, 21, 71, 72]).

3.3.2 Архитектура СППР, построенной на основе предложенной методики

Архитектура – это высокоуровневое описание проектируемой системы, дающее только укрупненное представление о ней [65]. СППР, несомненно, является сложной системой, поэтому разделение ее на подсистемы будет способствовать не только лучшему пониманию ее работы, но также и сделает ее работу более надежной, а сопровождение программного продукта – менее трудоемким и менее подверженным ошибкам.

Предлагаемая СППР состоит из ряда взаимосвязанных подсистем и модулей. Перечислим их.

Подсистема «Сбор и хранение данных» включает в себя следующие модули:

- модуль ручного ввода исходных данных;
- модуль импорта данных из других источников данных;
- модуль формирования описаний иерархических взаимосвязей между подсистемами сложной системы.

Подсистема «Анализ» включает в себя следующие модули:

- модуль оценки эффективности системы и подсистем;
- модуль прогнозирования эффективности системы;

– модуль формирования варианта перераспределения ресурсов.

Подсистема «Метод DEA–АСФ» включает в себя следующие модули:

– модуль решения моделей метода DEA–АСФ;

– модуль формирования искусственных эталонных границ эффективности.

В настоящее время для решения задач линейного программирования в СППР используется симплекс-метод [25, 30, 31, 51, 70].

Подсистема «Вспомогательный математический инструментарий» включает в себя следующие модули:

– модуль решения задачи линейного программирования;

– модуль анализа временных рядов.

Подсистема «Представление результатов» включает в себя следующие модули:

– модуль представления детализированной информации;

– модуль представления агрегированной информации;

– модуль представления рекомендаций по повышению эффективности (в частности, по перераспределению ресурсов в подсистемах).

Неотъемлемым компонентом СППР является база данных, в которой хранятся все исходные и результирующие данные, собранные и сформированные в процессе использования СППР. Для управления базой данных необходимо наличие системы управления базами данных (СУБД).

Архитектура СППР показана на рисунке 3.1.

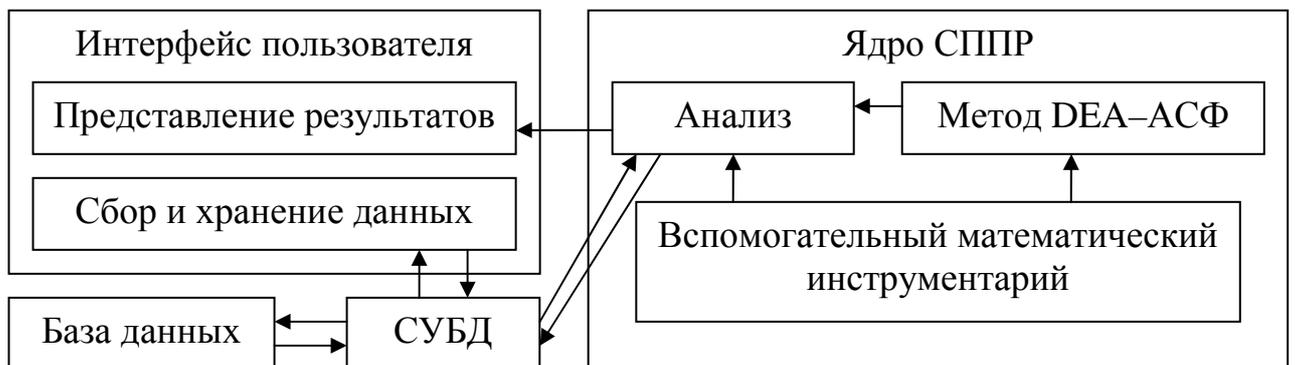


Рисунок 3.1 – Архитектура СППР

На рисунке 3.1 стрелками показано взаимодействие между подсистемами, т. е. предоставление данных либо услуг (сервисов). Например, подсистема «Анализ» запрашивает данные у СУБД, получает сервис от подсистемы «Метод DEA–АСФ» в форме решения моделей этого метода и отправляет результирующие данные обратно СУБД, а также подсистеме «Представление результатов».

3.3.3 Программная реализация СППР

От качества программной реализации зависит эффективность применения предложенной методики. Важными этапами разработки СППР являются выбор программных средств реализации и проектирование структуры базы данных.

3.3.3.1 Выбор средств реализации программного продукта

В настоящее время существует ряд компьютерных программ, предназначенных для проведения исследований эффективности систем на основе метода DEA–АСФ. Наиболее популярные из них – DEAP [89] и DEA-Solver [92]. Эти программы, при всех положительных качествах, не имеют процедур формирования и использования искусственных границ эффективности. Поэтому использовать имеющиеся программные продукты в качестве замены предложенной СППР невозможно.

При разработке программного обеспечения важным вопросом является выбор языка программирования [41]. Существующие программные продукты для исследования эффективности систем написаны на различных языках, например, DEAP – на языке Fortran [89], а DEA-Solver – на Visual Basic в среде Microsoft Excel [92]. Конечно, язык Fortran до сих пор широко

применяется при разработке программ для научных целей, но нами был сделан следующий выбор: язык С [22, 26, 76] использовался для разработки программ ядра СППР, а на языке С++ [67] был разработан интерфейс пользователя. При таком выборе языка программирования повышается степень переносимости программ в другие операционные среды. Программный продукт, разработанный для использования в среде операционной системы Windows, можно перенести, например, в среду операционной системы UNIX, которая в настоящее время становится все более популярной [41, 66, 69].

Кроме того, на языке С написано большое число библиотек математических подпрограмм. Применение таких библиотек существенно повышает скорость разработки и надежность программных продуктов.

В качестве средства реализации отдельных функций СППР может быть использован и такой инструмент, как MATLAB. Выбор среды MATLAB для разработки ряда компонентов СППР позволит воспользоваться высококачественной программной реализацией самых разнообразных математических методов, без которых не обойтись при выполнении сложных аналитических исследований. Модули СППР, реализованные в среде MATLAB, предназначены не для высшего руководства исследуемой системы (фирмы, университета), а для аналитиков, осуществляющих консультационную поддержку высшего руководства и предварительную подготовку его решений [47].

Поскольку основой СППР является база данных [5], то от правильного выбора системы управления базами данных (СУБД) зависит эффективность функционирования СППР. В результате анализа доступных СУБД было принято решение об использовании СУБД PostgreSQL [73] версии 8.1, поскольку данная СУБД является некоммерческим программным продуктом и, вместе с тем, обладает хорошими параметрами надежности и производительности.

Важный вопрос – архитектура программного продукта. Предложенная СППР реализована в виде монолитного программного продукта. Однако возможна и реализация ее в виде комплекса программных средств. Это объясняется тем, что в крупных иерархических системах каждый уровень имеет и свой

орган управления. Кроме того, компоненты СППР могут быть разработаны на основе различных технологий и языков программирования. Источником данных для СППР должна быть компьютерная информационная система той организации, в которой такая СППР внедряется в эксплуатацию. База данных СППР должна формироваться на основе главной базы данных организации (предприятия) программным способом. При этом возможно некоторое дублирование сведений в указанных двух базах данных, но такое дублирование будет контролируемым и оправданным с точки зрения оперативности получения аналитической информации [47].

Программный продукт подвергался тестированию как в процессе разработки, так и после ее завершения [23].

3.3.3.2 Структура базы данных

Поскольку в базе данных СППР должны отражаться иерархические взаимосвязи между объектами системы (например, факультетами и кафедрами), то возникает вопрос о том, каким образом эти связи представить средствами традиционной реляционной СУБД. Для решения этой задачи в структуре базы данных созданы специальные таблицы, отражающие все иерархические связи в предметной области. Связи между объектами будут устанавливаться за счет наличия в одной из таблиц поля «Объект-родитель». В данном поле будет содержаться идентификатор объекта, являющегося вышестоящим по отношению к объекту, представленному текущей записью таблицы. Таким образом, формируется структура данных, напоминающая дерево, а также односвязный список. Предусмотрены базовые операции с этой структурой данных, такие как добавление нового объекта в структуру на любом уровне иерархии, удаление объекта с определенного уровня иерархии. При удалении объекта, имеющего подчиненные объекты, возможны два варианта: каскадное удаление всех подчинен-

ных объектов или переподчинение этих объектов другому объекту, находящемуся на уровне иерархии удаляемого объекта или на более высоком уровне иерархии. Для реализации подобных операций используются так называемые хранимые процедуры, которые поддерживаются всеми современными СУБД [16, 47].

База данных спроектирована в соответствии с теорией реляционных баз данных [16]. Ниже представлены описания атрибутов ряда основных таблиц базы данных.

Таблица «Описание исследования». Атрибуты:

- уникальный идентификатор проводимого исследования сложной иерархической системы;
- наименование исследования;
- краткое описание исследования;
- дата проведения исследования;
- фамилия, имя и отчество ответственного за поведение исследования.

Таблица «Описание составных частей исследования». Атрибуты:

- уникальный идентификатор проводимого исследования сложной иерархической системы;
- код составной части исследования (стадии, этапа, подсистемы и т. п.);
- наименование составной части исследования;
- краткое описание составной части исследования;
- дата проведения составной части исследования;
- фамилия, имя и отчество ответственного за поведение составной части исследования.

Таблицы «Описание исследования» и «Описание составных частей исследования» служат для объединения всей информации о каждом исследовании сложной иерархической системы в единый информационный массив, которым легче управлять, чем простым набором файлов в файловой системе компьютера.

Таблица «Репозиторий объектов системы». Атрибуты:

- уникальный идентификатор объекта;
- наименование объекта.

Таблица «Репозиторий переменных, описывающих объекты системы».

Атрибуты:

- уникальный идентификатор переменной;
- наименование переменной.

Эти две таблицы позволяет избежать ошибок при вводе данных пользователем, а также позволяет уменьшить объем базы данных.

Таблица «Иерархии объектов системы». Атрибуты:

- уникальный идентификатор объекта;
- уникальный идентификатор объекта-родителя.

Таблица «Исследуемые объекты системы». Атрибуты:

- уникальный идентификатор проводимого исследования сложной иерархической системы;
- код составной части исследования (стадии, этапа, подсистемы и т. п.);
- уникальный идентификатор объекта;
- тип объекта (реальный объект или эталонный объект, сформированный экспертами).

Таблица «Переменные, описывающие исследуемые объекты системы».

Атрибуты:

- уникальный идентификатор проводимого исследования сложной иерархической системы;
- код составной части исследования (стадии, этапа, подсистемы и т. п.);
- уникальный идентификатор переменной;
- тип переменной (входная или выходная).

Таблица «Исходные данные». Атрибуты:

- уникальный идентификатор проводимого исследования сложной иерархической системы;
- код составной части исследования (стадии, этапа, подсистемы и т. п.);

- уникальный идентификатор объекта;
- уникальный идентификатор переменной;
- значение переменной;
- номер временного периода.

Таблица «Результаты расчетов». В этой таблице хранятся результаты всех расчетов по моделям метода DEA–АСФ, проведенных в процессе использования СППР. Атрибуты:

- уникальный код проводимого исследования сложной иерархической системы;
- код составной части исследования (стадии, этапа, подсистемы и т. п.);
- уникальный идентификатор объекта;
- уникальный идентификатор переменной;
- код модели метода DEA–АСФ, по которой был рассчитан показатель эффективности объекта;
- исходное значение переменной;
- рекомендуемое значение переменной;
- значение дополнительной переменной.

3.3.4 Оценка быстродействия СППР

Рассмотрим пример количественной оценки объемов информации, обрабатываемой в процессе применения предложенной методики. Пусть иерархическая система S имеет $L = 4$ уровня иерархии, при этом на первом уровне находится 5 подсистем, на втором – 25 подсистем, на третьем – 125 подсистем, на четвертом – 625 элементов. Таким образом, $N_1 = 5$, $N_2 = 25$, $N_3 = 125$, $N_4 = 625$ (индекс означает номер уровня иерархии). Общее число объектов в системе S : $N_S = N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = 5 + 25 + 125 + 625 = 780$. Для описания каждого объекта (подсистемы или элемента) используется 4 переменные: 2 входные и 2 выход-

ные. Тогда на втором этапе предложенной методики потребуется провести вычисления по модели метода DEA–АСФ 780 раз (напомним, что задача линейного программирования решается для каждого объекта). Конечно, эти объекты не будут собраны в единую совокупность, а будут разделены на совокупности в соответствии с уровнем иерархии (будем считать, что на одном уровне иерархии все объекты – однотипные). При использовании предложенной СППР время решения задачи по вычислению эффективности 780 объектов, собранных в одну совокупность, составляет около 22 секунд на компьютере с процессором Intel Pentium III (тактовая частота 667MHz). Для совокупности из 30 объектов время решения составляет менее 0,1 секунды. В качестве метода решения задачи линейного программирования (напомним, что метод DEA–АСФ основан на методе линейного программирования) используется симплекс-метод. Таким образом, можно сделать вывод: для выполнения всех этапов предлагаемой методики при исследовании реальной системы, сопоставимой с описанной тестовой системой, общее машинное время работы не превысит 10–15 минут, поскольку процедуры вычисления всевозможных средних значений, дисперсий и другие операции, выполняющиеся в рамках методики, гораздо менее трудоемки, чем решение задачи линейного программирования.

3.4 Апробация предложенных решений на примере объектов системы высшего образования

Предложенная методика была адаптирована для исследования эффективности объектов в системе высшего профессионального образования. Эта система является характерным примером сложной многоуровневой иерархической системы.

3.4.1 Пример подхода к оценке эффективности системы высшего профессионального образования

На наш взгляд, интересный подход к решению задачи, вынесенной в заголовок этого параграфа, предложен в работе [24, гл. 3].

Вуз предлагается разделить на три категории, основное различие между которыми состоит не в специальности, по которой производится подготовка студентов, а в масштабах влияния на общество, как текущее, так и перспективное. Первая группа – классические университеты, вторая – большая часть технических вузов, третья – все прочие. Общее число специалистов i -й группы обозначено через P_i . Оно изменяется со временем благодаря нескольким факторам: естественной убыли (смертность, смена профессии и т. п.) – \mathcal{P}_i , увеличению подготовки новых специалистов (прирост обычно пропорционален потенциалу, а также осуществляется благодаря наличию элиты), т. е. $\alpha(P_i + \varepsilon_i P_1)$. Кроме того, возможен некоторый «стихийный» прирост, например, если профессия хорошо оплачивается. Таким образом, получена система уравнений

$$\dot{P}_i = \alpha(P_i + \varepsilon_i P_1) - \mathcal{P}_i + \beta_i.$$

Член, пропорциональный P_1 , важен для описания процессов зарождения новых групп «с нуля», в простейшем же случае можно ограничиться соотношениями

$$\dot{P}_i = (\alpha - \gamma)P_i.$$

Поскольку управлять естественной убылью специалистов, по мнению авторов работы [24, гл. 3], достаточно трудно, то они предлагают остановиться на члене, описывающем подготовку новых специалистов, и исходят из следующих предположений:

– характерный размер вузов примерно одинаков (отдельные факультеты крупных вузов предлагается рассматривать в качестве вузов), поэтому число студентов в одном вузе предлагается считать постоянной величиной;

– количество вузов в каждой группе обозначено через N_i . Исходя из анализа текущей ситуации, их количество авторы оценивают приблизительно как 30 : 150 : 320;

– в качестве показателя эффективности подготовки студентов I_i предлагается принять количество студентов, действительно получающих полноценную подготовку. Эффективность пропорциональна времени, которое преподаватели уделяют студентам, а студенты – учебе. При снижении финансирования f ниже некоторого предельного уровня f_0 эффективность начинает падать. Для простоты полагается: $I_i = A \min\{f_i, f_0\}$.

Таким образом, общий прирост специалистов i -й группы можно оценить как

$$\dot{P}_i = -\gamma P_i + A \min\{f_i, f_0\} N_i.$$

Далее рассматривается вопрос об оценке общей эффективности системы образования и эффективности совместной деятельности указанных групп вузов. Через F обозначается сумма вложений, а через F_i – ее часть, вложенная в i -ю группу вузов. Тогда эффективность предлагается оценивать функционалом вида

$$eff = \sum A_i \varphi(a_i F_i),$$

где $\varphi(x) \cong x$ при $x \ll x_0$ и $\varphi \cong 1$ при $x \geq x_0$, a_i предлагается считать парциальными эффективностями вложений, их соотношение определяет наиболее эффективный способ распределения денег. Конкретный вид функции φ , по мнению авторов описываемого подхода, несущественен, можно выбрать, например, ку-

сочно-линейную функцию, thx , $x/(x+c)$ и т. п. Коэффициенты A_i в дальнейшем полагаются равными 1.

При упрощенном подходе наиболее эффективный способ вложения средств или ресурсов получается, если $a_i F_i = \text{const}$, откуда можно приблизительно оценить коэффициенты a_i . На основе зарубежных статистических данных авторы работы [24, гл. 3] предлагают использовать соотношение

$$a_1 : a_2 : a_3 = 60 : 2 : 1.$$

Коэффициент 60 отражает высокую восприимчивость вузов к инновациям и новым технологиям в сфере образования.

В случае же сильно ограниченных ресурсов функционал эффективности предлагается приблизительно рассматривать как линейный, т.е.

$$eff \cong \sum_i a_i F_i.$$

Тогда эффективность системы высшего образования оценивается с помощью этого соотношения таким образом:

$$Q = \sum_i a_i P_i,$$

где P_i – количество вузов i -й группы.

Эффективность изменяется со временем по закону

$$\dot{Q} = \sum_i a_i \dot{P}_i = -\gamma Q + \sum_i A \min\{f_i, f_0\} a_i N_i.$$

Далее в работе [24, гл. 3] рассматривается задачу минимизации убывания эффективности со временем. Авторы считают, что членом $-\gamma Q$ управлять невоз-

можно и он в дальнейшем игнорируется, значения $a_i N_i$ соотносятся примерно как 6 : 1 : 1, конкретное значение параметра A также считается несущественным. Эффективно можно управлять только значениями f_i при дополнительном условии $\sum f_i N_i = F$ – объем текущего финансирования (без учета эксплуатационных расходов). В результате формулируется задача на максимум функционала

$$\begin{aligned}6f_1 + f_2 + f_3 &= \max \\30f_1 + 150f_2 + 320f_3 &= F, \\f_i &\leq f_0.\end{aligned}$$

В завершение авторы работы [24, гл. 3] предлагают проанализировать полученную модель. Они указывают, что решение существенно зависит от значения f_0 . Ссылаясь на опыт МГУ, они считают разумным вариант $f_0 \cong 2f_1 \cong F/250$, при котором решение оказывается простым: немного уменьшив f_2 и f_3 , довести f_1 до значений, близких к f_0 .

3.4.2 Адаптация разработанной методики для исследования эффективности объектов системы высшего профессионального образования

Адаптация методики проведена для исследования эффективности вуза [37, 40, 47, 48].

Этап 1. Подготовка к проведению исследования.

1.1. Структуризация системы.

С точки зрения образовательного процесса основные уровни иерархии в вузе следующие: преподаватель, кафедра, факультет, институт (в крупном университете). Структуризация проводится на основе утвержденной структурной схемы вуза и штатного расписания (это касается профессорско-

преподавательского состава). Выявленные связи между объектами на всех уровнях иерархии заносятся в базу данных СППР.

1.2. Определение переменных и моделей метода DEA–АСФ.

На первом уровне иерархии, т. е. на уровне отдельных преподавателей, возможен такой набор переменных: объем учебной нагрузки (в часах), число опубликованных учебных пособий и монографий, количество выступлений на научных конференциях, число аспирантов и дипломников и т. д.

Эти переменные необходимо распределить на входные и выходные с учетом критериев оценки качества работы преподавателей.

На втором уровне иерархии, т. е. на уровне кафедр, можно использовать частично те же показатели, которые используются и для оценки преподавателей, но в агрегированном виде, например, общее число монографий, опубликованных сотрудниками кафедры. В дополнение к ним могут быть предложены и показатели, специфичные для кафедры и неприменимые для оценки преподавателя. Например, число специализаций, предлагаемых кафедрой.

На третьем уровне иерархии, т. е. на уровне факультетов, следует поступить аналогичным образом.

Для выбора моделей метода DEA–АСФ следует учесть рекомендации и особенности метода, изложенные в разделе 1 диссертации. Это касается выбора ориентации модели (на вход или на выход) и эффекта масштаба (постоянный или переменный).

1.3. Сбор исходных данных.

Исходные данные следует взять из базы данных университетской информационной системы.

1.4. Формирование искусственных границ эффективности.

Для формирования искусственных границ эффективности следует привлечь тех экспертов, которые не только знают предметную область, но также владеют основами метода DEA–АСФ. Это важно с точки зрения оперативности и качества их работы. В случае некачественной работы экспертов придется выполнять несколько туров формирования эталонных границ эффективности.

Эксперты должны представить результаты работы в электронной форме, например, в формате электронных таблиц Excel, но по единому шаблону. Границы формируются для всех типов объектов. Если принято решение разделять, например, кафедры на выпускающие и не выпускающие, то это может отразиться на конфигурации экспертных границ эффективности.

Для классификации объектов на основе эффективности формируются наборы искусственных границ эффективности: Число границ в наборе $G = N_c + 1$, где N_c – число классов эффективности. Если, например, принято решение разделить все объекты в вузе на три класса эффективности: высокоэффективные, среднеэффективные и низкоэффективные, то в наборах будет по 2 границы.

Этап 2. Оценка уровня эффективности системы.

2.1. Оценка целевой эффективности системы.

На этом этапе оценивается эффективность вуза в целом в сравнении с другими вузами, возможно, с вузами города или края, или другими вузами этой же группы (например, группа технических вузов). Эту оценку можно провести на основе исходных данных, представленных на Интернет-сайте Министерства образования и науки (<http://www.edu.ru>). В качестве входных переменных используются данные о численности и квалификации профессорско-преподавательского состава, о площади учебных и учебно-вспомогательных помещений. Выходными переменными служат численность студентов, аспирантов и докторантов, количество специальностей, число диссертационных советов. На основе полученных показателей эффективности может быть сформирован рейтинг вузов, в том числе и в разрезе их видов: классические университеты, технические вузы, медицинские вузы и т. д.

2.2. Оценка эффективности подсистем.

На этом этапе оцениваются все объекты, определенные на этапе структуризации вуза на основе выбранных моделей и показателей.

Этап 3. Анализ достигнутого уровня эффективности.

3.1. Вычисление агрегированного показателя эффективности.

Имея показатели эффективности всех объектов на всех уровнях иерархии, можно вычислить следующие показатели.

Интегральная внутренняя эффективность системы S :	Разброс значений показателей эффективности в подсистемах системы S
$\Theta = \sum_{i=1}^{N_S} \theta_i w_i, \quad \Phi = \sum_{i=1}^{N_S} \frac{1}{\varphi_i} w_i;$	$D_\Theta = \sum_{i=1}^{N_S} (\theta_i - \Theta)^2 w_i, \quad D_\Phi = \sum_{i=1}^{N_S} \left(\frac{1}{\varphi_i} - \Phi\right)^2 w_i.$

Здесь w_i – «вес» подсистемы s_i ($\sum_{i=1}^{N_S} w_i = 1$); θ_i и φ_i – показатели эффективности подсистемы s_i относительно границы F_s . «Веса», например, кафедр, могут корректироваться с учетом степени их влияния на подготовку специалистов.

Полученный вектор $E = (\Theta, \Phi, D_\Theta, D_\Phi)$ является интегральной оценкой внутренней эффективности иерархической системы. Большой разброс показателей эффективности может быть индикатором неравномерного качества функционирования подсистем вуза.

3.2. Анализ эффективности в подсистемах.

Анализ проводится на основе значений $E = (\Theta, \Phi, D_\Theta, D_\Phi)$ для всех подсистем. Аналогично, большой разброс показателей эффективности в конкретных подсистемах может быть индикатором неравномерного качества функционирования элементов этих подсистем вуза.

Этап 4. Формирование прогноза эффективности.

4.1. Определение прогнозных значений показателей эффективности в подсистемах.

При наличии статистических данных за ряд лет можно сформировать прогноз на следующий год. Для этого нужно определить прогнозные значения показателей эффективности всех исследуемых объектов вуза e_s^{T+1} на основе временных рядов e_s^t , $t = \overline{1, T}$ для каждой подсистемы s_i (т. е. кафедры или факультета). Здесь e означает θ либо φ .

4.2. Вычисление агрегированного показателя эффективности и анализ эффективности в подсистемах.

Теперь можно определить вектор $E = (\Theta, \Phi, D_{\Theta}, D_{\Phi})$ на основе значений e_s^{T+1} . Полученный прогноз – поисковый краткосрочный. Поскольку он основан на экстраполяции существующих тенденций.

Этап 5. Выработка рекомендаций по повышению эффективности.

5.1. Использование непосредственно тех целевых значений показателей, которые выдает метод DEA–АСФ.

Поскольку при определении показателей эффективности выдаются также и рекомендации по снижению значений входных переменных и по увеличению значений выходных переменных, то эта информация может дать основание для принятия управленческих решений.

5.2. Перераспределение ресурсов в подсистемах.

На данном этапе следует воспользоваться алгоритмом, приведенным в п. 3.1.1 диссертации. Один из Парето-оптимальных вариантов может быть реализован на практике.

5.3. Реструктуризация системы.

По результатам оценки эффективности могут быть рассмотрены варианты, например, слияния небольших кафедр и разделения больших кафедр с целью повышения их эффективности. Для этого проводятся гипотетические структурные преобразования и определяется показатель интегральной эффективности вуза. Если он улучшился, то, возможно, ЛПР примет решение о проведении рекомендуемой реструктуризации.

Этап 6. Представление ЛПР результатов исследования.

6.1. Агрегированная информация.

Представление информации в агрегированном виде позволит ЛПР увидеть обобщенную картину в сфере эффективности вуза. Ему могут быть предложены следующие показатели.

1. Показатель целевой эффективности системы S в целом.
2. Показатель $E = (\Theta, \Phi, D_{\Theta}, D_{\Phi})$ для системы и всех подсистем.

3. Группировка подсистем по классам эффективности, например: число эффективных объектов – N_1 , число слабо эффективных объектов – N_2 , неэффективных – N_3 .

6.2. Детализированная информация.

Если возникает необходимость детально разобраться в причинах низкой эффективности каких-то подсистем (т. е. кафедр или факультетов) вуза, то в этом может помочь следующая детализированная информация.

1. Показатели эффективности подсистем.
2. Прогнозные значения e_s^{T+1} для подсистем.

6.3. Рекомендации.

Самым ценным для ЛПР является практическая направленность методики и ее способность формировать рекомендации. Вот их перечень.

1. Целевые значения входных и выходных показателей, которые выдает метод DEA–АСФ для неэффективных объектов (подсистем).
2. Вариант перераспределения ресурсов в подсистемах.
3. Вариант реструктуризации системы.

Таким образом, методика оценки эффективности в сфере высшего образования, построенная на основе метода DEA–АСФ, может стать полезным инструментом поддержки принятия управленческих решений. При соответствующем выборе переменных возможно проведение оценки эффективности объектов в системе высшего образования как с точки зрения степени достижения целей, так и с точки зрения соотношения результатов и затрат [46].

На основе предложенной методики в сфере высшего образования могут решаться, в частности, следующие задачи:

1. Оценка эффективности работы вузов в целом – как образовательных учреждений – по сравнению с другими российскими и зарубежными вузами.
2. Оценка эффективности и качества работы кафедр и факультетов вуза. Такая оценка может проводиться не только внутри вуза, но и путем сравнения с родственными кафедрами и факультетами других российских вузов.

3. Оценка качества подготовки студентов вуза на разных этапах обучения.
4. Оценка качества подготовки выпускаемых специалистов.
5. Выявление лучших студентов (это может быть полезно при выборе кандидатов для назначения именных стипендий).
6. Оценка эффективности работы профессорско-преподавательского состава [45].

3.4.3 Пример применения методики для оценки эффективности элементов системы высшего профессионального образования

В качестве примера рассмотрим задачу оценки эффективности формирования научного потенциала в учреждениях высшего профессионального образования трех городов Сибири: Красноярска, Новосибирска и Томска. Исходные данные за 2005 г. получены с официального сайта Министерства образования и науки (<http://www.edu.ru>).

Для решения указанной задачи были выбраны следующие переменные (с учетом того, какая информация доступна на вышеупомянутом сайте):

1) общее число студентов в вузе. Этот показатель косвенно характеризует тот объем финансовых ресурсов, которым может распоряжаться руководство вуза. К сожалению, на сайте Минобрнауки нет показателя объемов финансирования (бюджетного и внебюджетного) по каждому вузу, поэтому приходится использовать показатель–заменитель;

2) площади (в т. ч. учебные и учебно-вспомогательные), которыми располагает вуз. Данный показатель характеризует объем материальных ресурсов вуза (например, наличие достаточного количества помещений позволяет создать более качественные условия для научной работы преподавателей);

3) число докторов наук;

- 4) число кандидатов наук;
- 5) число аспирантов;
- 6) число докторантов.

Первые два показателя были отнесены к входным показателям, а остальные – к выходным. Таким образом, была установлена связь между доступными ресурсами и созданным на их основе научным потенциалом. Конечно, это некоторое упрощение, поскольку, учебные корпуса строятся не за один год, и не за один год формируется кадровый состав вузов.

Расчеты выполнялись на основе модели метода DEA–АСФ (1.6), поскольку целью являлось получение рекомендаций по более рациональному использованию имеющихся ресурсов.

В качестве эталонных объектов для построения искусственной границы эффективности были выбраны вузы, занимающие первые три-четыре позиции в рейтингах Минобразования, составленных в разрезе специализаций вузов (классические университеты, технические вузы, сельскохозяйственные вузы и т. д.). Вот их перечень.

1. Литературный институт имени А. М.Горького.
2. Московская медицинская академия имени И. М.Сеченова.
3. Московский архитектурный институт (государственная академия).
4. Московский государственный горный университет.
5. Московский государственный лингвистический университет.
6. Московский государственный медико-стоматологический университет.
7. Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана.
8. Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова.
9. Московский инженерно-физический институт (государственный университет).
10. Всероссийская академия живописи, ваяния и зодчества.
11. Московский педагогический государственный университет.
12. Российский государственный медицинский университет.

13. Российский университет дружбы народов.
14. Финансовая академия при Правительстве РФ.
15. Государственный Университет – Высшая школа экономики (ГУ–ВШЭ).
16. Государственный университет управления (ГУУ).
17. Академия народного хозяйства при Правительстве РФ.
18. Санкт-Петербургский государственный медицинский университет им. академика И. П. Павлова.
19. Российский государственный педагогический университет имени А.И.Герцена.
20. Санкт-Петербургская государственная художественно-промышленная академия.
21. Санкт-Петербургский государственный горный институт имени Г. В. Плеханова (технический университет).
22. Санкт-Петербургский государственный политехнический университет.
23. Санкт-Петербургский государственный университет.
24. Санкт-Петербургский государственный университет экономики и финансов.
25. Ставропольский государственный аграрный университет.
26. Уральская государственная архитектурно-художественная академия.
27. Кубанский государственный аграрный университет.

Показатели эффективности φ_i сибирских вузов были определены относительно эталонной границы эффективности. Весовые коэффициенты w_i вузов были вычислены на основе общего числа студентов, обучающихся в каждом вузе. Эти весовые коэффициенты были нормированы в пределах каждого из трех исследуемых городов (сумма весовых коэффициентов для вузов одного города равна 1). Интегральная эффективность вузов в сфере формирования научного потенциала была определена по формуле

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N_s} \frac{1}{\varphi_i} w_i,$$

где N_s – число вузов в каждом из трех городов.

В результате были получены следующие интегральные показатели эффективности: Красноярск – 0,4321; Новосибирск – 0,3970; Томск – 0,5016.

Таким образом, можно сделать вывод, что томские вузы эффективнее используют материальные и финансовые ресурсы для формирования научного потенциала.

Показатели эффективности вузов и их весовые коэффициенты приведены в таблице 3.1 (показатели эффективности даны в форме $\frac{1}{\varphi}$).

Таблица 3.1 – Показатели эффективности и весовые коэффициенты вузов

№№ п.п	Наименование вуза	Эффек- тивность	Вес
1	2	3	4
Красноярск			
1.	Государственный университет цветных металлов и золота	0,4124	0,0798
2.	Красноярская государственная архитектурно-строительная академия	0,2730	0,0543
3.	Красноярская государственная медицинская академия	0,9074	0,0360
4.	Красноярский государственный аграрный университет	0,2929	0,1405
5.	Красноярский государственный педагогический университет имени В. П. Астафьева	0,3657	0,1190
6.	Красноярский государственный технический университет	0,5207	0,1521
7.	Красноярский государственный торгово-экономический институт	0,3103	0,0681
8.	Красноярский государственный университет	0,4833	0,1025
9.	Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева	0,4571	0,0675
10.	Сибирский государственный технологический университет	0,5246	0,1524
11.	Сибирский юридический институт МВД РФ	0,2304	0,0277
Новосибирск			
1.	Новосибирская государственная академия водного транспорта	0,3280	0,0543
2.	Новосибирская государственная академия экономики и управления	0,4976	0,0750
3.	Новосибирская государственная архитектурно-художественная академия	0,3550	0,0084

Продолжение таблицы 3.1

1	2	3	4
4.	Новосибирский государственный аграрный университет	0,2621	0,0724
5.	Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет	0,5220	0,0474
6.	Новосибирский государственный медицинский университет	0,9096	0,0334
7.	Новосибирский государственный педагогический университет	0,3907	0,2012
8.	Новосибирский государственный технический университет	0,4431	0,1590
9.	Новосибирский государственный университет	0,3715	0,0449
10.	Новосибирский технологический институт Московской государственной академии легкой промышленности	0,4408	0,0102
11.	Сибирская академия государственной службы	0,1193	0,0577
12.	Сибирская государственная геодезическая академия	0,2445	0,0565
13.	Сибирский государственный университет путей сообщения	0,4671	0,0647
14.	Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики	0,3639	0,0413
15.	Сибирский университет потребительской кооперации	0,3890	0,0736
Томск			
1.	Сибирский государственный медицинский университет	1,0531	0,0704
2.	Томский государственный архитектурно-строительный университет	0,5177	0,1355
3.	Томский государственный педагогический университет	0,4670	0,1836
4.	Томский государственный университет	0,5997	0,3354
5.	Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники	0,2461	0,2374
6.	Томский филиал Новосибирского государственного аграрного университета	0,3182	0,0377

3.5 Выводы

1. Предлагаемая методика исследования эффективности сложных иерархических систем имеет ряд новых возможностей по сравнению с аналогичной методикой, представленной в работе [91], и позволяет:

– выдать рекомендации по перераспределению ограниченных ресурсов в подсистемах с целью повышения их эффективности;

– сформировать прогноз уровня эффективности системы на основе тенденций изменения эффективности в подсистемах;

– повысить наглядность представления ЛПР результатов исследования эффективности посредством использования классификации объектов в подсистемах.

2. Разработанная СППР является действенным инструментом поддержки принятия решений, поскольку реализована на основе современных информационных технологий и позволяет организовать большие массивы данных, на основе которых определяются показатели эффективности подсистем и элементов сложной иерархической системы.

3. Выполненная адаптация методики для исследования эффективности объектов в системе высшего профессионального образования позволяет проводить на ее основе исследование эффективности вуза с учетом эффективности всех его подсистем.

Заключение

В результате проведенного диссертационного исследования были предложены модификации метода DEA–АСФ, позволяющие повысить качество управления сложными иерархическими системами.

Идея этих модификаций заключается в попытке преодолеть основное ограничение метода DEA–АСФ, состоящее в том, что значения показателей эффективности объектов, определенные на основе оригинального варианта указанного метода, являются относительными. Это означает, что результаты получены путем сравнения объектов между собой. Следовательно, даже объекты, находящиеся на границе эффективности, являются наиболее эффективными только лишь в конкретной группе объектов. Поскольку задать теоретические эталонные границы эффективности без привлечения экспертов не представляется возможным, то усилия были направлены на повышение степени обоснованности и надежности экспертных оценок, в результате выполнения которых и формируются искусственные эталонные границы эффективности. Таким образом, была предложена формализованная методика, позволяющая интегрировать знания группы экспертов при формировании искусственных эталонных границ эффективности. При разработке алгоритмов была учтена специфика метода DEA–АСФ, а именно: индивидуальные оценки экспертов, подлежащие обобщению, представляют собой не точки, а области в многомерном пространстве, имеющие форму выпуклой оболочки (выпуклого конуса).

С учетом предложенных модификаций стало возможным разработать формализованную методику исследования эффективности сложных иерархических систем на основе метода DEA–АСФ. Положительным качеством этой методики является то, что при исследовании эффективности всех подсистем на всех уровнях иерархии применяется один и тот же модифицированный метод DEA–АСФ, что позволяет формировать агрегированные показатели эффективности системы. Такие показатели дают возможность ЛПР увидеть тенденции

внутреннего развития сложной системы в целом. Поскольку одним из способов повышения эффективности является перераспределение ресурсов между подсистемами, то алгоритм для проведения такой процедуры также разработан и включен в состав методики.

Можно сделать вывод, что предложенные в диссертации модификации метода DEA–АСФ способствуют повышению качества управления сложными иерархическими системами, поскольку:

- направлены на усовершенствование методов исследования эффективности, которая является важнейшим комплексным свойством сложных систем;
- представлены в виде формализованных методик и алгоритмов, облегчающих практическое применение модифицированного метода DEA–АСФ;
- предлагают способы агрегирования информации, предоставляемой ЛПР, что важно при большом числе уровней и подсистем в иерархической системе;
- предусматривают не только оценку достигнутого уровня эффективности иерархической системы, но также и выработку рекомендаций по повышению ее эффективности.

Основные результаты работы:

1. На основе анализа подходов и методов исследования эффективности сложных иерархических систем показано, что метод DEA–АСФ может быть основой формализованной методики исследования эффективности систем такого класса.

2. Метод DEA–АСФ модифицирован посредством разработки комплекса алгоритмов и формализованной методики формирования искусственных эталонных границ эффективности на основе обобщения индивидуальных экспертных оценок.

3. На базе модифицированного метода DEA–АСФ разработана формализованная методика исследования эффективности сложных иерархических сис-

тем. Проведена апробация разработанной методики на примере объектов системы высшего профессионального образования.

4. С использованием современных информационных технологий разработана автоматизированная система поддержки принятия решений, реализующая предложенную методику исследования эффективности сложных иерархических систем.

Список использованных источников

- 1 Акофф, Р. Л. О целеустремленных системах [Текст] / Р. Л. Акофф, Ф. Эмери. – М. : Сов. радио, 1974. – 272 с.
- 2 Анализ эффективности функционирования сложных систем [Текст] / В. Е. Кривоножко, А. И. Пропой, Р. В. Сеньков, И. В. Родченков, П. М. Анохин // Автоматизация проектирования. – 1999. – № 1. – С. 2–7.
- 3 Антамошкин, А. Н. Методика исследования эффективности сложных иерархических систем [Текст] / А. Н. Антамошкин, О. Н. Моргунова, Е. П. Моргунов // Вестник Сиб. гос. аэрокосмич. ун-та. – 2006. – Вып. 2 (9). – С. 9–13.
- 4 Багриновский, К. А. Современные методы управления технологическим развитием [Текст] / К. А. Багриновский, М. А. Бендилов, Е. Ю. Хрусталева. – М. : РОССПЭН, 2001. – 272 с.
- 5 Барсегян, А. А. Методы и модели анализа данных: OLAP и Data Mining [Текст] : учеб. пособие / А. А. Барсегян, М. С. Куприянов, В. В. Степаненко, И. И. Холод. – СПб. : БХВ–Петербург, 2004. – 336 с.
- 6 Бешелев, С. Д. Математико-статистические методы экспертных оценок [Текст] / С. Д. Бешелев, Ф. Г. Гурвич. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Статистика, 1980. – 263 с.
- 7 Бир, С. Кибернетика и менеджмент [Текст] : Пер. с англ. / С. Бир. – 2-е изд. – М. : КомКнига, 2006. – 280 с.
- 8 Бир, С. Мозг фирмы [Текст] : Пер. с англ. / С. Бир. – М. : Радио и связь, 1993. – 416 с.
- 9 Буренок, В. М. Механизмы управления производством продукции военного назначения [Текст] / В. М. Буренок, Г. А. Лавринов, Е. Ю. Хрусталева ; Центр. экон.-мат. ин-т РАН. – М. : Наука, 2006. – 303 с.
- 10 Волкова, В. Н. Основы теории систем и системного анализа : учебник для студентов вузов, обучающихся по направлению «Системный анализ и

управление» [Текст] / В. Н. Волкова, А. А. Денисов. – Изд. 3-е., перераб. и доп. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2005. – 520 с.

11 Воронин, А. А. Оптимальные иерархические структуры [Текст] / А. А. Воронин, С. П. Мишин. – М. : ИПУ РАН, 2003. – 214 с.

12 Выгон, Г. В. Анализ связи технологической эффективности и рыночной капитализации компаний [Текст] / Г. В. Выгон, А. Б. Поманский // Экономика и математические методы. – 2000. – Т. 36, № 2. – С. 70–87.

13 Голубков, Е. П. Технология принятия управленческих решений [Текст] / Е. П. Голубков. – М. : Дело и сервис, 2005. – 544 с.

14 Горелова, В. Л. Основы прогнозирования систем : учеб. пособие для инж.-экон. спец. вузов [Текст] / В. Л. Горелова, Е. Н. Мельникова. – М. : Высш. шк., 1986. – 287 с.

15 Гранберг, А. Г. Моделирование социалистической экономики [Текст]: учебник для студ. экон. вузов / А. Г. Гранберг. – М. : Экономика, 1988. – 487 с.

16 Дейт, К. Дж. Введение в системы баз данных: 6-е издание [Текст] : Пер. с англ. / К. Дж. Дейт. – К. ; М. ; СПб. : Вильямс, 1999. – 848 с.

17 Евланов, Л. Г. Экспертные оценки в управлении [Текст] / Л. Г. Евланов, В. А. Кутузов. – М. : Экономика, 1978. – 133 с.

18 Ильичев, А. В. Эффективность проектируемой техники: Основы анализа [Текст] / А. В. Ильичев. – М. : Машиностроение, 1991. – 336 с.

19 Интеллектуальные системы поддержки принятия решений в нестандартных ситуациях с использованием информации о состоянии природной среды [Текст] / В. А. Геловани, А. А. Башлыков, В. Б. Бритков, Е. Д. Вязилов. – М. : Эдиториал УРСС, 2001. – 304 с.

20 Интрилигатор, М. Математические методы оптимизации и экономическая теория [Текст] : Пер. с англ. / М. Интрилигатор. – М. : Айрис-пресс, 2002. – 576 с.

21 Ириков, В. А. Распределенные системы принятия решений. Теория и приложения [Текст] / В. А. Ириков, В. Н. Тренев. – М. : Наука : Физматлит, 1999. – 288 с.

22 Искусство программирования на С. Фундаментальные алгоритмы, структуры данных и примеры приложений: Энциклопедия программиста [Текст] : Пер. с англ. / Р. Хэзфилд, Л. Кирби, Д. Корбит и др. – К. : Диасофт, 2001. – 736 с.

23 Канер, С. Тестирование программного обеспечения [Текст] : Пер. с англ. / Сэм Канер, Джек Фолк, Енг Кек Нгуен. – К. : ДиаСофт, 2000. – 544 с.

24 Капица, С. П. Синергетика и прогнозы будущего [Текст] / С. П. Капица, С. П. Курдюмов, Г. Г. Малинецкий. – 3-е изд. – М. : Едиториал УРСС, 2003. – 288 с.

25 Карманов, В. Г. Математическое программирование [Текст] : учеб. пособие / В. Г. Карманов. – 5-е изд., стереотип. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 264 с.

26 Керниган, Б. Язык программирования С. 2-е издание [Текст] : Пер. с англ. / Б. Керниган, Д. Ритчи. – М. : Вильямс, 2006. – 304 с.

27 Клейнер, Г. Б. Производственные функции: Теория, методы, применение [Текст] / Г. Б. Клейнер. – М. : Финансы и статистика, 1986. – 239 с.

28 Клир, Дж. Системология. Автоматизация решения системных задач [Текст] : Пер. с англ. / Дж. Клир. – М. : Радио и связь, 1990. – 544 с.

29 Кривоножко, В. Е. Параметрические методы в анализе эффективности сложных систем [Текст] / В. Е. Кривоножко, О. Б. Уткин, Р. В. Сеньков // Нелинейная динамика и управление: К 70-летию акад. С. В. Емельянова : сб. трудов Ин-та системного анализа РАН. – М. : Эдиториал УРСС, 1999. – С. 49–69.

30 Кузнецов, А. В. Высшая математика: Математическое программирование : учебник [Текст] / А. В. Кузнецов, В. А. Сакович, Н. И. Холод ; под общ. ред. А. В. Кузнецова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Мн. : Вышэйшая школа, 2001. – 351 с.

31 Кузнецов, А. В. Руководство к решению задач по математическому программированию : учеб. пособие [Текст] / А. В. Кузнецов, Н. И. Холод, Л. С. Костевич ; под общ. ред. А. В. Кузнецова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Мн. : Вышэйшая школа, 2001. – 448 с.

32 Литвак, Б. Г. Экспертная информация: Методы получения и анализа [Текст] / Б. Г. Литвак. – М. : Радио и связь, 1982. – 184 с.

33 Малиновский, А. А. Тектология. Теория систем. Теоретическая биология [Текст] / А. А. Малиновский. – М. : Эдиториал УРСС, 2000. – 448 с.

34 Мезоэкономика переходного периода: Рынки, отрасли, предприятия [Текст] / Под ред. Г. Б. Клейнера. – М. : Наука, 2001. – 516 с.

35 Месарович, М. Теория иерархических многоуровневых систем [Текст] / М. Месарович, Д. Мако, И. Такахара. – М. : Мир, 1973. – 344 с.

36 Могилевский, В. Д. Методология систем: вербальный подход [Текст] / В. Д. Могилевский. – М. : Экономика, 1999. – 251 с.

37 Моргунов, Е. П. Информационная и интеллектуальная поддержка системы управления качеством в университете [Текст] / Е. П. Моргунов, О. Н. Моргунова // Проблемы повышения качества подготовки специалистов : науч.-метод. сб. – Красноярск : СибГАУ, 2005. – Вып. 2. – С. 202–212.

38 Моргунов, Е. П. Формирование искусственной границы эффективности в методе Data Envelopment Analysis [Текст] / Е. П. Моргунов, О. Н. Моргунова // Вестник Сиб. гос. аэрокосмич. ун-та им. академика М.Ф. Решетнева: сб. науч. тр. / Под общ. ред. проф. Г. П. Беякова. – Красноярск : СибГАУ, 2003. – С. 385–386.

39 Моргунов, Е. П. Многомерная классификация сложных объектов на основе оценки их эффективности [Текст] / Е. П. Моргунов, О. Н. Моргунова // Вестник НИИ СУВПТ: сб. науч. тр. / Под общ. ред. проф. Н. В. Василенко. – Красноярск : НИИ СУВПТ, 2003. – Вып. 14. – С. 222–240.

40 Моргунов, Е. П. Применение метода Data Envelopment Analysis в управлении системой образования [Текст] / Е. П. Моргунов, О. Н. Моргунова // Междунар. науч.-метод. конф. «Развитие системы образования в России XXI века», 24–26 октября 2003 г. (г. Красноярск) : материалы / Краснояр. гос. ун-т. – Красноярск, 2003. – С. 190–192.

41 Моргунов, Е. П. Подходы к разработке программного обеспечения для решения задач в области Efficiency and Productivity Analysis [Текст] / Е. П. Мор-

гунов, О. Н. Моргунова // Вестник НИИ СУВПТ: сб. науч. тр. / Под общ. ред. проф. Н. В. Василенко. – Красноярск : НИИ СУВПТ, 2003. – Вып. 11. – С. 136–139.

42 Моргунова, О. Н. Экспертные методы формирования искусственных границ эффективности [Текст] / О. Н. Моргунова // Научное обозрение. – 2006. – № 5. – С. 37–41.

43 Моргунова, О. Н. Компьютерная поддержка принятия решений по оценке эффективности сложных систем [Текст] / О. Н. Моргунова, Е. П. Моргунов // VII Всероссийская научно-техническая конференция «Теоретические и прикладные вопросы современных информационных технологий», 24–30 июля 2006 г. (г. Улан-Удэ) : материалы : в 2 ч. / Вост.-Сиб. гос. технологич. ун-т. – Улан-Удэ : Изд-во ВСГТУ, 2006. – Ч. 1. – С. 183–186.

44 Моргунова, О. Н. Теория эффективности сложных систем: некоторые вопросы и предложения [Текст] / О. Н. Моргунова, Е. П. Моргунов // X Международная научно-практическая конференция «Системный анализ в проектировании и управлении», 28 июня – 10 июля 2006 г. (г. Санкт-Петербург) : труды : в 3 ч. / Санкт-Петербургский гос. политехнич. ун-т. – СПб. : Изд-во Политехнич. ун-та, 2006. – Ч. 1. – С. 119–122.

45 Моргунова, О. Н. Информационная система как источник данных для оценки уровня эффективности объектов и процессов в сфере высшего образования [Текст] / О. Н. Моргунова // VI Всероссийская научно-техническая конференция «Теоретические и прикладные вопросы современных информационных технологий», 25–31 июля 2005 г. (г. Улан-Удэ) : материалы : в 2 ч. / Вост.-Сиб. гос. технологич. ун-т. – Улан-Удэ : Изд-во ВСГТУ, 2005. – Ч. 2. – С. 286–289.

46 Моргунова, О. Н. Проблема оценки эффективности сложных иерархических систем [Текст] / О. Н. Моргунова // IX Международная научно-практическая конференция «Системный анализ в проектировании и управлении», 30 июня – 8 июля 2005 г. (г. Санкт-Петербург) : труды / Санкт-

Петербургский гос. политехнич. ун-т. – СПб. : Изд-во Политехнич. ун-та, 2005. – С. 48–53.

47 Моргунова, О. Н. Компьютерная поддержка принятия решений по оценке эффективности функционирования вуза [Текст] / О. Н. Моргунова, Е. П. Моргунов // Всероссийская научно-практическая конф. «ИТ-инновации в образовании», 27–30 июня 2005 г. (г. Петрозаводск) : материалы / ПетрГУ. – Петрозаводск, 2005. – С. 166–169.

48 Моргунова, О. Н. Подходы к оценке эффективности сложных иерархических систем [Текст] / О. Н. Моргунова // Вестник университетского комплекса : сб. науч. тр. / Под общ. ред. проф. Н. В. Василенко. – Красноярск : ВСФ РГУИТП; НИИ СУВПТ, 2005. – Вып. 4 (18). – С. 44–55.

49 Надежность и эффективность в технике [Текст] : справочник / Ред. совет: В. С. Авдуевский (пред.) и др. В 10 т. Т. 1. Методология. Организация. Терминология / Под ред. А. И. Рембезы. – М. : Машиностроение, 1986. – 224 с.

50 Надежность и эффективность в технике [Текст] : справочник / Ред. совет: В. С. Авдуевский (пред.) и др. В 10 т. Т. 3. Эффективность технических систем / Под общ. ред. В. Ф. Уткина, Ю. В. Крючкова. – М. : Машиностроение, 1988. – 328 с.

51 Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах : учеб. пособие [Текст] / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. – М. : Высшая школа, 2002. – 544 с.

52 Петухов, Г. Б. Методологические основы внешнего проектирования целенаправленных процессов и целеустремленных систем [Текст] / Г. Б. Петухов, В. И. Якунин. – М. : АСТ, 2006. – 504 с.

53 Поиск подходов к решению проблем [Текст] / И. В. Прангишвили, Н. А. Абрамова, В. Ф. Спиридонов и др. – М. : Синтег, 1999. – 284 с.

54 Прангишвили, И. В. Системный подход и повышение эффективности управления [Текст] / И. В. Прангишвили ; Ин-т проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН. – М. : Наука, 2005. – 422 с.

55 Прангишвили, И. В. Энтропийные и другие системные закономерности: Вопросы управления сложными системами [Текст] / И. В. Прангишвили ; Ин-т проблем управления им. В. А. Трапезникова. – М. : Наука, 2003. – 428 с.

56 Прангишвили, И. В. Системный подход и общесистемные закономерности [Текст] / И. В. Прангишвили. – М. : Синтег, 2000. – 528 с.

57 Прикладная статистика. Основы эконометрики [Текст]: учебник для вузов: в 2 т. – 2-е изд., испр. – Т. 2: Айвазян, С. А. Основы эконометрики / С. А. Айвазян. – М. : ЮНИТИ–ДАНА, 2001. – 432 с.

58 Пропой, А. И. Итеративный метод оценки систем по многим показателям [Текст] / А. И. Пропой // Динамика неоднородных систем. Выпуск 8 / Под ред. чл.-корр. РАН Ю. С. Попкова. – М. : Едиториал УРСС, 2004. – С. 5–23.

59 Росин, М. Ф. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления [Текст] / М. Ф. Росин, В. С. Булыгин. – М. : Машиностроение, 1980. – 312 с.

60 Саати, Т. Принятие решений: Метод анализа иерархий [Текст] / Т. Саати ; пер. с англ. Р. Г. Вачнадзе. – М. : Радио и связь, 1993.

61 Сио, К. К. Управленческая экономика [Текст] : Пер. с англ. / К. К. Сио. – М : ИНФРА-М, 2000. – 671 с.

62 Системный анализ и принятие решений : словарь-справочник : учеб. пособие [Текст] / Под ред. В. Н. Волковой, В. Н. Козлова. – М. : Высшая школа, 2004. – 616 с.

63 Смоляк, С. А. Оценка эффективности инвестиционных проектов в условиях риска и неопределенности (теория ожидаемого эффекта) [Текст] / С. А. Смоляк. – М. : Наука, 2002. – 182 с.

64 Соломонов, Ю. С. Большие системы: гарантийный надзор и эффективность [Текст] / Ю. С. Соломонов, Ф. К. Шахтарин. – М. : Машиностроение, 2003. – 368 с.

65 Соммервилл, И. Инженерия программного обеспечения [Текст] : 6-е изд. : пер. с англ. / И. Соммервилл. – М : Вильямс, 2002. – 624 с.

- 66 Столлингс, В. Операционные системы: 4-е издание [Текст] : Пер. с англ. / В. Столлингс. – М. : Вильямс, 2002. – 848 с.
- 67 Страуструп, Б. Язык программирования C++. Специальное издание [Текст] : Пер. с англ. / Бьёрн Страуструп. – М. : Бином-Пресс, 2005. – 1104 с.
- 68 Сухарев, А. Г. Курс методов оптимизации [Текст] : учеб. пособие / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. – 2-е изд. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 368 с.
- 69 Таненбаум, Э. Современные операционные системы [Текст] : Пер. с англ. / Эндрю Таненбаум. – 2-е изд. – СПб. : Питер, 2002. – 1040 с.
- 70 Таха, Х. Введение в исследование операций: 6-е издание [Текст]: Пер. с англ. / Х. Таха. – М. : Вильямс, 2001. – 912 с.
- 71 Трахтенгерц, Э. А. Субъективность в компьютерной поддержке управленческих решений [Текст] / Э. А. Трахтенгерц. – М. : Синтег, 2001. – 256 с.
- 72 Трахтенгерц, Э. А. Компьютерная поддержка принятия решений [Текст] / Э. А. Трахтенгерц. – М. : Синтег, 1998. – 376 с.
- 73 Уорсли, Дж. PostgreSQL. Для профессионалов [Текст] / Дж. Уорсли, Дж. Дрейк. – СПб. : Питер, 2003. – 496 с.
- 74 Флейшман, Б. С. Основы системологии [Текст] / Б. С. Флейшман. – М. : Радио и связь, 1982. – 368 с.
- 75 Флейшман, Б. С. Элементы теории потенциальной эффективности сложных систем [Текст] / Б. С. Флейшман. – М. : Сов. радио, 1971. – 224 с.
- 76 Шилдт, Г. Полный справочник по C: 4-е издание [Текст] : Пер. с англ. / Г. Шилдт. – М. : Вильямс, 2002. – 704 с.
- 77 Afriat, S. N. Efficiency Estimation of Production Functions [Text] / S. N. Afriat // International Economic Review. – 1972, October. – Vol. 13, No. 3. – P. 568–598.
- 78 Aigner, D. J. On Estimating the Industry Production Function [Text] / D. J. Aigner, S. F. Chu // The American Economic Review. – 1968. – Vol. 58. – P. 826–839.

79 Anderson, T. R. Extending Productivity Research Frontiers: DEA Resource of Datasets and Errata [Text] / T. R. Anderson, P. Rouse, R. Borja et al. // Journal of Productivity Analysis. – 2003. – Vol. 19, No. 2–3. – P. 271–275.

80 Asmild, M. Measuring Inefficiency Via Potential Improvements [Text] / M. Asmild, J. L. Hougaard, D. Kronborg, H. K. Kvist // Journal of Productivity Analysis. – 2003. – Vol. 19, No. 1. – P. 59–76.

81 Banker, R. D. Hypothesis Tests Using Data Envelopment Analysis [Text] / R. D. Banker // The Journal of Productivity Analysis. – 1996. – Vol. 7. – P. 139–159.

82 Banker, R. D. Maximum Likelihood, Consistency and Data Envelopment Analysis: A Statistical Foundation [Text] / R. D. Banker // Management Science. – 1993, October. – Vol. 39, No. 10. – P. 1265–1273.

83 Banker, R. D. Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis [Text] / R. D. Banker, A. Charnes, W. W. Cooper // Management Science. – 1984, September. – Vol. 30, No. 9. – P. 1078–1092.

84 Barr, R. S. Parallel and hierarchical decomposition approaches for solving large-scale Data Envelopment Analysis models [Text] / R. S. Barr, M. L. Durchholz // Annals of Operations Research. – 1997. – Vol. 73. – P. 339 – 372.

85 Bixby, R. Solving real-world linear programs: A decade and more of progress [Text] / R. Bixby // Operations research. – 2002. – Vol. 50, No. 1. – P. 3–15.

86 Blackorby, C. Aggregation of Efficiency Indices [Text] / C. Blackorby, R. R. Russell // Journal of Productivity Analysis. – 1999. – Vol. 12. – P. 5–20.

87 Charnes, A. An effective non-Archimedean anti-degeneracy/cycling linear programming method especially for data envelopment analysis and like models [Text] / A. Charnes, J. Rousseau and J. Semple // Annals of Operations Research. – 1993. – Vol. 47. – P.271–278.

88 Charnes, A. Measuring the Efficiency of Decision Making Units [Text] / A. Charnes, W. W. Cooper, E. Rhodes // European Journal of Operational Research. – 1978. – Vol. 2. – P. 429–444.

89 Coelli, T. An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis [Text] / T. Coelli, D. S. Prasada Rao, G. E. Battese. – Boston : Kluwer Academic Publishers, 1998.– 275 p.

90 Colbert, A. Determining the Relative Efficiency of MBA Programs Using DEA [Text] / A. Colbert, R. R. Levary, M. C. Shaner // European Journal of Operational Research. – 2000.– Vol. 125.– P. 656–669.

91 Cook, W. D. Hierarchies and Groups in DEA [Text] / W. D. Cook, D. Chai, J. Doyle, R. Green // Journal of Productivity Analysis. – 1998. – Vol. 10. – P. 177–198.

92 Cooper, W. W. Data Envelopment Analysis [Text] : A Comprehensive Text with Models, Applications, References, and DEA-Solver Software / W. W. Cooper, L. M. Seiford, K. Tone.– Boston : Kluwer Academic Publishers, 2000. – 318 p.

93 Data Envelopment Analysis [Text] : Theory, Methodology, and Application / A. Charnes, W. W. Cooper, A. Y. Lewin, L. M. Seiford. – Boston : Kluwer Academic Publishers, 1994. – 513 p.

94 Dulá, J. H. Computations in DEA [Text] / J. H. Dulá // Pesquisa Operacional. – 2002. – Vol. 22, No. 2. – P. 165–182.

95 Dulá, J. H. A Computational Framework for Accelerating DEA [Text] / J. H. Dulá, R. M. Thrall // Journal of Productivity Analysis. – 2001. – Vol. 16, No. 1. – P. 63–78.

96 Dulá, J. H. Effects of excluding the column being scored from the DEA envelopment LP technology matrix [Text] / J. H. Dulá, B. L. Hickman // Journal of the Operational Research Society. – 1997. – Vol. 48. – P. 1001–1012.

97 Efficiency and Productivity Analysis in the 21st Century : Proceedings of International DEA Symposium (24–26 June 2002, Moscow, Russia) / Institute for Systems Analysis of Russian Academy of Sciences; Global S. Consulting Company. – Moscow : International Research Institute of Management Sciences, 2002. – 178 p.

98 Efficiency and Productivity Analysis in the 21st Century : Abstracts of International DEA Symposium (24–26 June 2002, Moscow, Russia) / Institute for Sys-

tems Analysis of Russian Academy of Sciences; Global S. Consulting Company. – Moscow: International Research Institute of Management Sciences, 2002. – 92 p.

99 Farrell, M. J. The Measurement of Productive Efficiency [Text] / M.J. Farrell // Journal of The Royal Statistical Society, Series A (General), Part III. – 1957. – Vol. 120. – P. 253–281.

100 Fox, K. J. Identifying Outliers in Multi-Output Models [Text] / K. J. Fox, R. J. Hill, W. E. Diewert // Journal of Productivity Analysis. – 2004. – Vol. 22, No. 1–2. – P. 73–94.

101 Lozano, S. Centralized Resource Allocation Using Data Envelopment Analysis [Text] / S. Lozano, G. Villa // Journal of Productivity Analysis. – 2004. – Vol. 22, No. 1–2. – P. 143–161.

102 Simar, L. Detecting Outliers in Frontier Models: A Simple Approach [Text] / L. Simar // Journal of Productivity Analysis. – 2003. – Vol. 20, No. 3. – P. 391–424.

103 Simar, L. Statistical inference for aggregates of Farrell-type efficiencies [Text] : Discussion Paper 0324 / L. Simar, V. Zelenyuk ; Institut de Statistique, Université Catholique de Louvain (Belgium). – Louvain, 2003.

104 L. Simar. Statistical Inference in Nonparametric Frontier Models: The State of the Art [Text] / L. Simar, P. W. Wilson // Journal of Productivity Analysis. – 2000. – Vol. 13, No. 1. – P. 49–78.

105 Sinuany-Stern, Z. Academic Departments Efficiency via DEA [Text] / Z. Sinuany-Stern, A. Mehrez, A. Barboy // Computers Ops Res. – 1994. – Vol. 21, No. 5. – P. 543–556.

106 Sowlati, T. Establishing the «practical frontier» in data envelopment analysis [Text] / Taraneh Sowlati, Joseph C. Paradi // Omega. – 2004. – Vol. 32. – P. 261–272.

107 Sowlati, T. Establishing the «Practical Frontier» in Data Envelopment Analysis [Text] / T. Sowlati, J. C. Paradi // International DEA Symposium «Efficiency and Productivity Analysis in the 21st Century», 24–26 June 2002 (Moscow, Russia) : Abstracts / Institute for Systems Analysis of Russian Academy of Sciences;

Global S. Consulting Company. – Moscow : International Research Institute of Management Sciences, 2002. – P. 32–33.

108 Sowlati, T. Establishing the Practical Frontier in DEA [Text] : Ph.D. dissertation / T. Sowlati. – University of Toronto, 2001.

109 The Measurement of Productive Efficiency [Text] / H. O. Fried, C. A. K. Lovell, S. S. Schmidt, eds. – NY : Oxford University Press, 1993. – 426 p.

110 Triantis, K. Fuzzy Pair-wise Dominance and Implications for Technical Efficiency Performance Assessment [Text] / K. Triantis, P. V. Eeckaut // Journal of Productivity Analysis. – 2000. – Vol. 13, No. 3. – P. 207–230.

Приложение А Дополнительные материалы по методу DEA–АСФ

Дополнительные переменные. В моделях (1.3), (1.4), (1.5) и (1.6) ограничения имеют форму неравенств. Следовательно, при проецировании неэффективной точки на границу эффективности может возникнуть ситуация, когда точка-проекция не равна линейной комбинации $(X\lambda, Y\lambda)$ точек, лежащих на границе эффективности. Для того чтобы достичь равенства, необходимо дополнительно изменить значения переменных точки-проекции: уменьшить – для входных переменных, увеличить – для выходных переменных. Иллюстрация для случая «два входа и один выход» представлена на рисунке А.1.

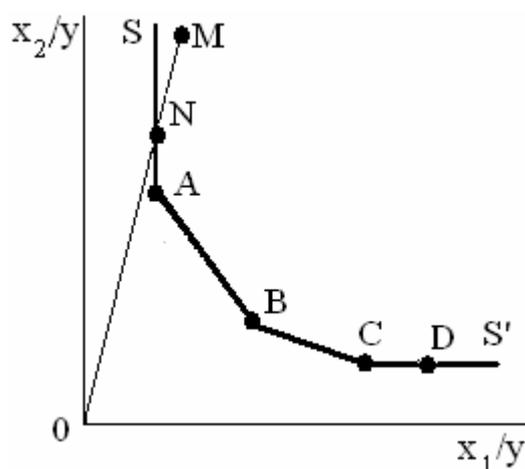


Рисунок А.1 – Граница эффективности с ненулевыми дополнительными переменными

На этом графике ломаная линия SS' является границей эффективности. Точки A , B и C эффективны. Точка D лежит на границе эффективности, но не является эффективной в смысле Парето-Купманса [92, с. 45]. Неэффективная точка M при проецировании на границу эффективности попадает в точку N , которая также не является эффективной в смысле Парето-Купманса. Для достижения полной эффективности точек D и N их нужно переместить вдоль границы эффективности в точки C и A соответственно. Это перемещение позволит

уменьшить значение одной из входных переменных, не увеличивая значение другой входной переменной. В этом случае отрезки CD и AN будут являться величинами так называемых *дополнительных переменных* (в оригинале – slacks) [92]. В соответствии с теорией метода DEA–АСФ объект считается эффективным в смысле Парето-Купманса, если он находится на границе эффективности (т.е. имеет показатель эффективности, равный единице), и при этом дополнительные переменные имеют нулевые значения по всем измерениям [92, с. 45].

Поскольку дополнительные переменные могут иметь ненулевые значения как по входам, так и по выходам, независимо от ориентации модели на вход или на выход, то возможны следующие ситуации:

– при использовании модели с *ориентацией на вход* могут быть получены рекомендации для неэффективных объектов, заключающиеся не только в сокращении затрат ресурсов, но также и в *увеличении выпуска* одного или более продуктов. При этом рекомендуемые увеличения выпусков не будут пропорциональными;

– при использовании модели с *ориентацией на выход* могут быть получены рекомендации для неэффективных объектов, заключающиеся не только в увеличении выпусков, но также и в *сокращении затрат* одного или более ресурсов. При этом рекомендуемые сокращения затрат ресурсов не будут пропорциональными.

Граница эффективности, построенная с помощью метода DEA–АСФ, имеет фрагменты, параллельные осям координат. Наличие этих фрагментов объясняется конечным числом объектов в выборке и способом построения границы эффективности. В случае бесконечной выборки граница была бы гладкой поверхностью в многомерном пространстве [89, с. 176].

Статистические основания метода DEA–АСФ. Хотя данный метод является непараметрическим, к нему применимо понятие статистического вывода. Статистические свойства метода DEA–АСФ были исследованы в ряде работ. В частности, в работах R.D. Banker [81, 82] было показано, что оценки монотонно возрастающей вогнутой производственной функции, полученные по

методу DEA–АСФ, являются также оценками максимального правдоподобия при условии, что отклонение действительных значений выходных переменных от их эффективных значений рассматривается как стохастическая переменная, имеющая монотонно убывающую функцию плотности вероятности.

В работе [82] было показано, что для выборок конечного объема оценка границы эффективности смещена вниз от теоретической границы, а для больших выборок это смещение стремится к нулю. Таким образом, оценки, полученные по методу DEA–АСФ, демонстрируют желательное асимптотическое свойство состоятельности, а асимптотическое распределение оценок отклонений показателей эффективности идентично истинному распределению этих отклонений. В работах [81, 82] предложены некоторые статистики для проверки статистических гипотез относительно свойств границы эффективности, таких, как взаимное замещение входных факторов производства, эффект масштаба и др.

В работе [104] исследованы скорости сходимости оценок показателя эффективности к истинному значению этого показателя. Показано, что с ростом числа входных и выходных переменных, которыми описываются исследуемые объекты, вступает в силу «проклятие размерности», и скорость сходимости уменьшается, а различие между оценкой и истинным значением увеличивается. Для получения оценок показателей эффективности и построения доверительных интервалов в работе [104] предлагается использовать метод бутстрап.

Учет влияния окружающей среды. Метод DEA–АСФ позволяет принять во внимание условия окружающей среды. Переменные, выражающие эти условия, нельзя отнести к обычным входным переменным, поскольку они не поддаются управлению со стороны ЛПР. В качестве примера можно привести климатические условия. Для учета факторов среды предложен ряд способов [89, с. 166–171].

Способ 1. Предположим, что при решении задачи оценки эффективности группы объектов действует некоторый фактор окружающей среды, который оказывает отрицательное влияние на эффективность объектов. Предположим

также, что значения переменной, соответствующей этому фактору, могут быть упорядочены по возрастанию степени отрицательного воздействия. В таком случае предлагается каждый объект в изучаемой совокупности сопоставлять лишь с теми объектами, которые подвергаются не менее сильному влиянию указанного фактора. Это делается для того, чтобы не ставить оцениваемый объект в заведомо худшие условия по сравнению с другими объектами.

Проиллюстрируем описанный подход. Пусть степень отрицательного воздействия некоторого фактора окружающей среды имеет 3 уровня интенсивности: 1-й уровень – высокая интенсивность, 2-й уровень – средняя интенсивность, 3-й уровень – низкая интенсивность. В соответствии с этими тремя уровнями обозначим группы объектов. Число объектов в группах равно N_1, N_2, N_3 .

При анализе объектов 1-й группы объект, обозначенный в моделях (1.3), (1.4), (1.5) и (1.6) индексом i , выбирается только из числа объектов 1-й группы. Матрицы входов X и выходов Y формируются также на основе объектов только 1-й группы.

При анализе объектов 2-й группы объект, обозначенный в моделях (1.3), (1.4), (1.5) и (1.6) индексом i , выбирается только из числа объектов 2-й группы. Но матрицы входов X и выходов Y формируются уже на основе объектов 1-й и 2-й групп.

При анализе объектов 3-й группы объект, обозначенный в моделях (1.3), (1.4), (1.5) и (1.6) индексом i , выбирается только из числа объектов 3-й группы. Матрицы входов X и выходов Y формируются теперь на основе объектов всех трех групп.

Таким образом, матрицы входов и выходов, X и Y , будут *различными* для трех вышеописанных ситуаций. Это означает, что границы эффективности, относительно которых производится оценка эффективности объектов каждой из трех групп, в общем случае будут различными. Тем самым не допускается, чтобы в матрицах X и Y были представлены объекты, находящиеся в более благоприятных условиях, чем оцениваемые объекты.

Способ 2. Он предполагает расширение обычных моделей метода DEA–АСФ путем включения в них переменных окружающей среды. Например, для модели (1.4) это будет выглядеть так [89, с. 168]:

$$\begin{aligned} \min_{\theta, \lambda} & (\theta), \\ & -y_i + Y\lambda \geq 0, \\ & \theta x_i - X\lambda \geq 0, \\ & z_i - Z\lambda = 0, \\ & \sum \lambda = 1, \\ & \lambda \geq 0. \end{aligned}$$

В этом случае Z – это матрица переменных окружающей среды для всех N объектов в выборке. Коэффициент θ перед переменной z_i не ставится, поскольку в данном случае переменные окружающей среды считаются неуправляемыми со стороны ЛПР.

Способ 3. Решение задачи выполняется в две стадии. На первой стадии используется обычная модель метода DEA–АСФ, в которой присутствуют только традиционные входные и выходные переменные. На второй стадии применяются методы регрессионного анализа. При этом в качестве зависимой переменной выступает показатель эффективности, полученный на первой стадии, а в качестве объясняющих переменных – переменные окружающей среды. Коэффициенты регрессии могут быть как положительными, так и отрицательными. Знак «плюс» означает положительное влияние среды на эффективность объектов, а знак «минус», наоборот, отрицательное влияние. В завершение могут быть выполнены проверки статистических гипотез, позволяющие оценить статистическую значимость коэффициентов регрессии.